

Tilastomatematiikka

Loppukoe 02.03.2016

1. Olkoot A ja B tapahtumia, joiden todennäköisyydet ovat $P(A) = 0,6$ ja $P(B) = 0,4$. Laske todennäköisyys $P(A \cup B)$, kun

- $P(A \cap B) = 0,24$.
- $P(A|B) = 0,5$.
- Ovatko A ja B riippumattomia tapahtumia kohdissa a) ja b)?

2. Olkoon X kruunien lukumäärä sadan kolikon heitossa.

- Määrää X :n odotusarvo ja varianssi. (2p)
- Laske normaalijakauma-approksimaatiolla todennäköisyys, että saadaan ainakin 50 kruunaa. Mitä voit sanoa approksimaation tarkkuudesta, kun tarkka arvo on 0,5398 neljän desimaalin tarkkuudella? (3p)
- Mikä on tapahtuman "saadaan korkeintaan 50 klaavaa" todennäköisyys? (1p)

3. Väsytestauksessa kuormitetaan testisauvoja ja halutaan selvittää sauvojen väsymisraja. Oletetaan, että väsymisraja X on normaalijakautunut satunnaismuuttuja. Testattiin 25 sauvaa ja otoksesta saatiin tunnusluvut $\bar{x} = 195,5$ [MPa] ja $s = 17,7$ [MPa].

- Määrää väsymisrajan todellisen odotusarvon 95% yksisuuntainen luottamusväli $[c, \infty[$. (4p)
- Valmistaja ilmoittaa väsymisrajaksi $\mu = 190$ [MPa]. Mitä voit a)-kohdan perusteella sanoa ilmoituksen $\mu = 190$ luotettavuudesta? (2p)

4. Selvitettiin naisten pituuden x [cm] ja painon y [kg] välistä yhteyttä ja saatiin seuraava havaintoaineisto.

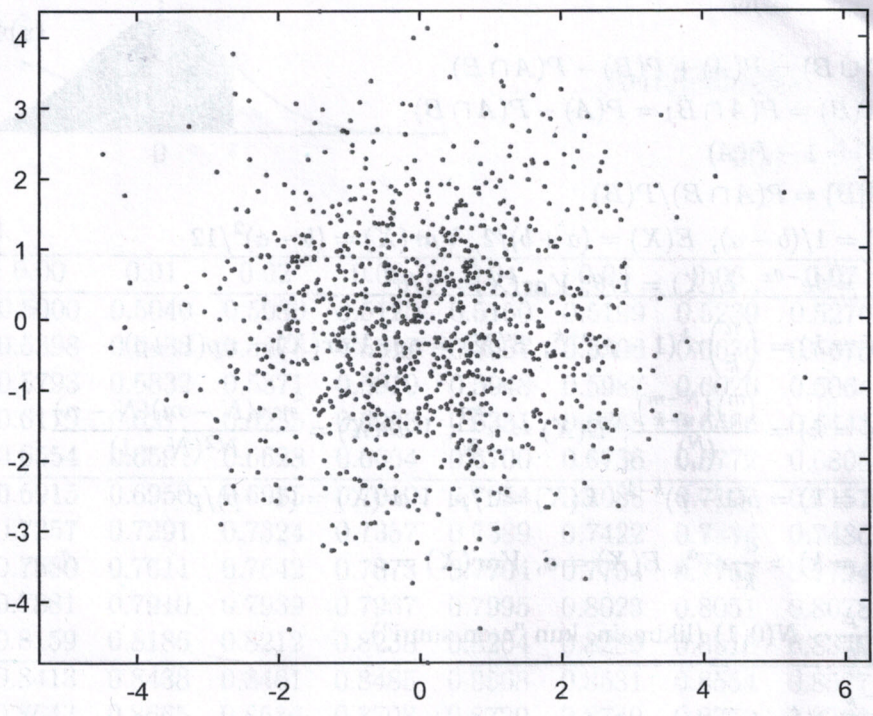
x	150	152	155	160	163	165	168	175	180	182
y	52	53	54	58	59	60	62	68	72	74

- Määrää havaintoja vastaava korrelaatiokerroin ja selitysaste.
- Laske havaintoja vastaava regressiosuora.
- Piirrä havaintoja vastaavat pisteittäiset residuaalit. Sopiiko b)-kohdan malli mielestäsi pituuden ja painon välisen riippuvuuden kuvaamiseen?

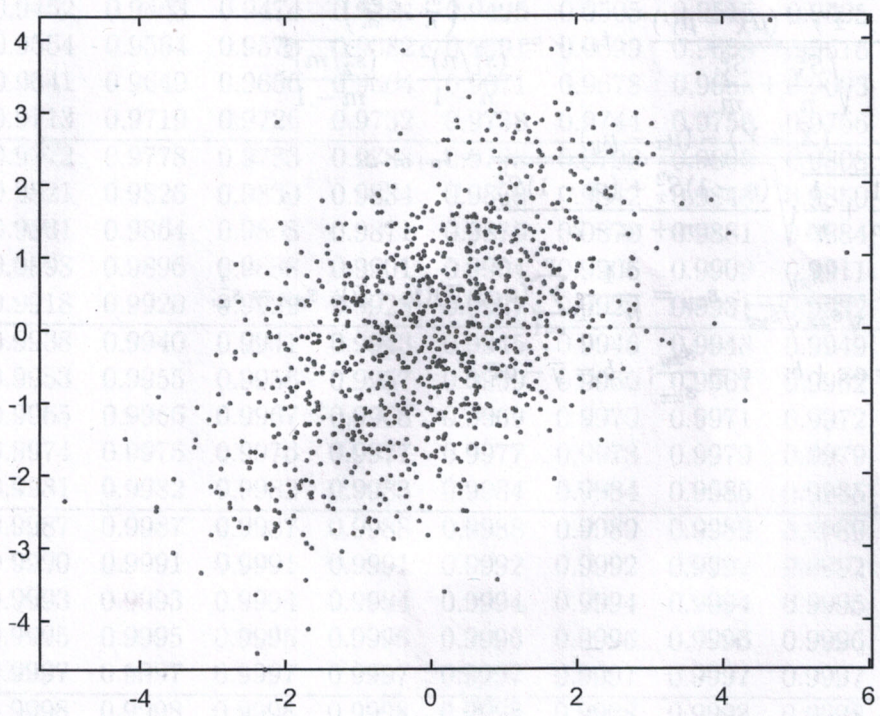
5. Kuviin 1 ja 2 on piirretty sirontakuviot kokoa $n = 1000$ olevista otoksista 2-ulotteisesta normaalijakaumasta $\mathbf{X}_i = (X_i, Y_i) \sim (\mathbf{0}, \mathbf{\Sigma}_i)$ ($i = 1, 2$), missä

$$\mathbf{\Sigma}_1 = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{ja} \quad \mathbf{\Sigma}_2 = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

- Esitä perustellen, kummasta jakaumasta \mathbf{X}_1 tai \mathbf{X}_2 Kuva 1 ja Kuva 2 on peräisin.
- Määrää muuttujien X_1 ja Y_1 sekä muuttujien X_2 ja Y_2 välinen korrelaatiokerroin.
- Mitä jakaumaa muuttujat X_2 ja Y_2 noudattavat?



Kuva 1: Otos 1



Kuva 2: Otos 2