

# Tilastomatematiikka

## 2. välikoe 28.3.2015

1. Väsytestauksessa kuormitetaan testisauvoja ja halutaan selvittää sauvojen väsymisraja. Oletetaan, että väsymisraja  $X$  on normaalijakautunut satunnaismuuttuja parametrein  $\mu$  ja  $\sigma^2$ . Testattiin 25 sauvaa ja otoksesta saatiin tunnusluvut  $\bar{x} = 195.5$  [MPa] ja  $s = 17.7$  [MPa]. Määrää väsymisrajan todellisen odotusarvon 95 %:n luottamusväli.

2. Haluttiin selvittää, hidastaako uusi seerumi leukemian etenemistä. Sitä varten valittiin 9 hiirtä, joilla tauti oli pitkälle kehittyneessä vaiheessa. Viisi hiirtä sai seerumihoitoa ja 4 ei. Hiirten elinajoiksi (vuosissa) hoidon aloittamisen jälkeen saatiin

Hoito	2.1	5.3	1.4	4.6	0.9
Ei hoitoa	1.6	0.5	2.8	3.1	

Voidaanko sanoa, että seerumihoito oli tehokasta merkitsevyydellä  $\alpha = 0.05$ ? Oletetaan, että elinajat ovat normaalijakautuneita.

3. Haluttiin selvittää, riippuuko erään tuotteen viallisuus kolmivuorotyön ajankohdasta. Saatiin seuraava aineisto

Vuoro:	Päivä	Ilta	Yö
Viallisia	45	55	70
Ei-viallisia	905	890	870

Tutki merkitsevyydellä 0.05, vaikuttaako vuoro tuotteen viallisuuteen tuotannossa.

4. Lehtori K:n pojan pituutta [cm] ja painoa [g] seurattiin hänen ensimmäisinä elinkuukausinaan ja saatiin seuraava taulukko

Pituus	53	56.3	58.7	62.8	65.5	66.5	69	71.7
Paino	4265	5030	6095	7295	8460	8990	9500	9620

- a) Laske muuttujien välinen korrelaatiokerroin ja määrää selitysaste.
- b) Määrää havaintoja vastaava regressiosuora. Piirrä havaintopisteet ja regressiosuora samaan koordinaatistoon.
- c) Laske mallin antama painoennuste, kun pituus on 180 [cm]. Mitä voit sanoa mallin antamasta ennusteesta?
5. Eräessä kokeessa mitattiin kimmokerroin [ $10^6$  psi] kolmelle eri tukkipuulaadulle A, B ja C ja saatiin seuraava taulukko:

Laatu	$n_i$	$\bar{x}_i$	$s_i$
A	10	1.63	0.27
B	10	1.56	0.24
C	10	1.42	0.26

Testaa riskitasolla  $\alpha = 0.05$ , onko keskimääräisillä kimmokertoimilla eroa.

KÄÄNNÄ

## Kaavoja

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \setminus B) = P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

$$P(A|B) = P(A \cap B)/P(B)$$

$$f(x) = 1/(b-a), \quad E(X) = (a+b)/2, \quad Var(X) = (b-a)^2/12$$

$$f(x) = \alpha\beta x^{\beta-1}e^{-\alpha x^\beta}, \quad E(X) = \alpha^{-1/\beta}\Gamma(1+1/\beta), \quad Var(X) = \alpha^{-2/\beta}(\Gamma(1+2/\beta) - \Gamma(1+1/\beta)^2)$$

$$f(x) = \theta e^{-\theta x}, \quad E(X) = 1/\theta, \quad Var(X) = 1/\theta^2$$

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}, \quad E(X) = np, \quad Var(X) = np(1-p)$$

$$P(X = k) = \frac{\binom{m}{k} \binom{N-m}{n-k}}{\binom{N}{n}}, \quad E(X) = n \frac{m}{N}, \quad Var(X) = \frac{nm(N-m)(N-n)}{N^2(N-1)}$$

$$P(X = k) = p(1-p)^{k-1}, \quad E(X) = 1/p, \quad Var(X) = (1-p)/p^2$$

$$P(X = k) = \frac{a^k}{k!} e^{-a}, \quad E(X) = a, \quad Var(X) = a$$

$$\frac{(\bar{x} - \bar{y}) - (\mu_x - \mu_y)}{\sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n} + \frac{\sigma_y^2}{m}}}; \quad \frac{(\bar{x} - \bar{y}) - (\mu_x - \mu_y)}{\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}} \sqrt{\frac{(n-1)s_x^2 + (m-1)s_y^2}{n+m-2}}}; \quad \frac{(\bar{x} - \bar{y}) - (\mu_x - \mu_y)}{\sqrt{\frac{s_x^2}{n} + \frac{s_y^2}{m}}}$$

$$\sum_{i=1}^k \frac{(f_i - np_i)^2}{np_i} \sim \chi_{k-1}^2; \quad \sum_{i=1}^k \left( \frac{(a_i - n\hat{p}_i)^2}{n\hat{p}_i} + \frac{(b_i - m\hat{p}_i)^2}{m\hat{p}_i} \right) \sim \chi_{k-1}^2,$$

$$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^l \frac{(f_{ij} - n\hat{p}_i\hat{q}_j)^2}{n\hat{p}_i\hat{q}_j} \sim \chi_{(k-1)(l-1)}^2; \quad \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi_{n-1}^2; \quad \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$$

$$r = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx}}\sqrt{S_{yy}}}; \quad S_{xy} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}); \quad S_{xx} = (n-1)s_x^2;$$

$$y = ax + b; \quad a = \frac{S_{xy}}{S_{xx}}; \quad b = \bar{y} - a\bar{x}; \quad \frac{\bar{x}_i - \bar{x}_j}{\sqrt{(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}) \frac{SSW}{n-k}}};$$

$$SS_B = \sum_{i=1}^k n_i (\bar{x}_i - \bar{x})^2; \quad SS_W = \sum_{i=1}^k (n_i - 1) s_i^2; \quad \frac{SS_B/(k-1)}{SS_W/(n-k)} \sim F(k-1, n-k).$$