

# TILASTOMATEMATIIKKA

## Harjoitus 7, kevät 2015

1. Hiihtohissi oli mitoitettu 10000 kg:n kuljetettavalle massalle ja sillä oli mahdollisuus kuljettaa ylös 100 henkilöä. Pitkäaikaisen kokemuksen perusteella tiedettiin, että hiihtohissin tulevan henkilön massa on oli keskimäärin 78 kg ja massan hajonta 20 kg. Millä todennäköisyydellä täyden hiihtohissin kuljetettavan massan mitoitusraja ylittyy? Kuinka monta ylöspäinkuljetuspaikkaa hissiin saa enintään tehdä, kun vaaditaan, että mitoitusraja saadaan ylittää enintään 1 %:n todennäköisyydellä?

2. Vuosina 1986-2000 rintasyöpädiagnoosin sai 28028 naista Suomessa. Vuoden 2007 loppuun mennessä heistä oli menehtynyt rintasyöpään 6675. Määrää rintasyöpään kuolleiden suhteellisen osuuden 95 %:n luottamusväli tarkastellulla aikavälillä.

3. Erään metalliseoksen lämpölaajenemiskerrointa pyrittiin pienentämään lisäämällä metalliseokseen tiettyä toista metallia X. Tästä uudesta metalliseoksesta otettiin 12 näytettä, joiden lämpölaajenemiskerroin mitattiin (riippumattomasti). Tulokset ovat seuraavanlaiset:

1.00781 1.00646 1.00801 1.00833 1.00738 1.00687  
1.00783 1.00936 1.00564 1.00543 1.00794 1.01060

Olettaen, että mittaukset ovat tehty riippumattomasti ja että mittaustulokset ovat normaalijakautuneita satunnaismuuttujia, määrää lämpölaajenemiskertoimen odotusarvon 95 %:n luottamusväli.

4. Selvitettiin erään lateksimaalin kuivumisaikaa (tunteina). Mitattiin seuraavat kuivumisajat:

3.4 2.5 4.8 2.9 3.6  
2.8 3.3 5.6 3.7 2.8  
4.4 4.0 5.2 3.0 4.8

Oletetaan, että kuivumisaika on normaalijakautunut ja että mittaukset on tehty toisistaan riippumattomasti.

- a) Määrää todellisen kuivumisaajan 98 %:n luottamusväli.
  - b) Mitä me voidaan sanoa virheestä 98 %:n varmuudella, jos todelliselle kuivumisajalle käytetään estimaattia  $\bar{x} = 3.79$ ?
5. Osakkeiden hinnan mallittamisessa käytetään kuuluisaa Black-Scholesin mallia, jonka mukaan osakkeen hinta ajanhetkellä  $t$  on satunnaismuuttuja

$$H(t) = H(0) \cdot \exp\left(\left(b - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t + \sigma W(t)\right),$$

missä  $H(0)$  on osakkeen hinta ajanhetkellä  $t = 0$ ,  $b, \sigma > 0$  ovat vakioita ja  $W(t) \sim N(0, t)$  on satunnaismuuttuja. Oletetaan, että  $H(0) = 100$ ,  $b = 0.1$  ja  $\sigma = 0.3$  (Vertaa harjoitus 4 tehtävä 5).

- a) Laske osakkeen hinnan odotusarvo ajanhetkellä  $t = 1$  (**Vihje:** neliöi odotusarvossa esiintyvä eksponentti ja käytä integroinnissa sopivaa sijoitusta).
- b) Määrää ajanhetkellä  $t = 1$  osakkeen hinnalle väli, jolla hinta on 95% todennäköisyydellä, eli väli  $[a_1, a_2]$ , jolle  $P(a_1 \leq H(1) \leq a_2) = 0.95$ , laskemalla normaalijakauman avulla sellainen luku  $r_0$ , että  $P(-r_0 \leq W(1) \leq r_0) = 0.95$ .