

TILASTOMATEMATIIKKA

Harjoitus 3, kevät 2015

- Jokainen muropaketti sisältää lapsia ilahduttavan muovisen eläinhahmon. Oletetaan, että hahmoja on 6 ja että kukin hahmo on yhtä todennäköinen. Olkoon yksi eläimistä tiikeri. Iiro Ikiteekkari ostaa lapselleen 10 muropakettia. Millä todennäköisyydellä
 - lapsi saa vähintään yhden tiikerin?
 - lapsi saa ensimmäisen tiikerin viimeisestä paketista?
- Oletetaan, että yksittäisessä jääkiekko-ottelussa tehtyjen maalien lukumäärä on Poisson-jakautunut parametrilla $a = 5.9$.
 - Millä todennäköisyydellä ottelussa tehdään yli 7 maalia?
 - Täydellä SM-liigakierroksella pelataan 7 ottelua. Millä todennäköisyydellä vähintään kahdessa ottelussa tehdään yli 7 maalia?
- Kodineletroniikkaan erikoistunut tavaratalo G valmistutti poltettavia CD-levyjä alihankkijalla Burnit. CD-levyjen valmistusolosuhteista johtuen havaittiin, että 1 % levyistä oli viallisia. CD-levyt pakattiin 10 levyn pakkauksiin, jotka jälleenmyytiin kuluttajille. Asiakas ostaa umpimähkään valitun 10 levyn pakkauksen.
 - Millä todennäköisyydellä 10 levyn pakkauksessa on korkeintaan 2 viallista levyä?
 - Kuinka monta 10 levyn pakkausta asiakkaan on ostettava, että ainakin yhdessä pakkauksessa kaikki levyt ovat virheettömiä (ei-viallisia) todennäköisyydellä 0.995?
- Erinäisistä syistä johtuen viallinen tuote läpäisee tarkistuksen todennäköisyydellä 0.01. Tuote liitetään kokonaisuuteen, johon viallista osaa ei päästä vaihtamaan. Tarkastamalla tuote samalla tarkastusohjelmalla useaan toisistaan riippumattomaan kertaan pyritään siihen, että virheellinen tuote läpäisee n -kertaisen tarkistuksen korkeintaan todennäköisyydellä $2 \cdot 10^{-8}$.
 - Kuinka monta kertaa tuote pitää ainakin tarkistaa?
 - Millä todennäköisyydellä virhe paljastuu 3:nella tarkistuskerralla?
- Tarkastellaan tapahtuman A esiintymistä toistokokeessa, josta oletetaan, että kussakin yksittäisessä toistossa A :n "onnistumisen" todennäköisyys on $P(A) = p$ muista kerroista riippumatta. Olkoon X satunnaismuuttuja, joka kuvaa \bar{A} :n esiintymiskertojen eli "turhien toistojen" lukumäärää koesarjassa siihen asti, kunnes A on onnistunut m :nnen kerran. Tällöin sanotaan, että X noudattaa *negatiivista binomijakaumaa* ja merkitään $X \sim NB(m, p)$.
 - Perustele, miksi X :n pistetodennäköisyysfunktio on

$$P(X = k) = \binom{m+k-1}{k} p^m (1-p)^k, \quad k = 0, 1, \dots$$

- Tarkastellaan tehtävää 1. Millä todennäköisyydellä tulee kolmas tiikeri avattaessa 10. paketti?