

Harjoitus 8

1. Prosenttiluvun (suhteellisen osuuden) testi

a) $p = P(\text{läpäisee kurssin välikokeilla}); \quad X = \text{välikokeilla kurssin läpäisseiden lukumäärä} \sim \text{Bin}(n, p)$
 $X \stackrel{\text{likim.}}{\sim} N(np, np(1-p)).$

Hypoteesit:

$H_0 : p = p_0 = \frac{2}{3}$ (läpäisseiden osuus perimätiedon mukainen)

$H_1 : p > p_0 = \frac{2}{3}$ (läpäisseiden osuus ylitti perimätiedon mukaisen osuuden)

Testimuuttuja:

$$Z = \frac{\frac{X}{n} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} \sim N(0, 1).$$

Riskitaso: $\alpha = 0,05$ (=hylkäysalueen koko).

Hylkäysalue: $Z > r_0 = 1,645$ (taulukosta 1)

Testimuuttujan arvo:

$$Z = \frac{\frac{217}{300} - \frac{2}{3}}{\sqrt{\frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3}}{300}}} \approx 2,08 > 1,645.$$

Johtopäätös:

H_0 hylätään, H_1 voimaan, ts läpäisseiden osuus ylitti perimätiedon mukaisen osuuden.

b) Otoksen p-arvo = $P(Z > 2,08) = 1 - \Phi(2,08) = 0,0188.$

2. Odotusarvon Z-testi

$X = \text{siiman vetolujuus}, \mu = E(X), \sigma^2 = \text{Var}(X) = 0,5^2$

Hypoteesit:

$H_0 : \mu = \mu_0 = 8,0$ (valmistajan väite tosi)

$H_1 : \mu \neq \mu_0$ (vetolujuus poikkeaa ilmoitetusta)

Testimuuttuja:

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0, 1)$$

Riskitaso: $\alpha = 0,01$ (=hylkäysalueen koko).

Hylkäysalue: $|Z| > r_0 = 2,575$ (taulukosta 1)

Testimuuttujan arvo:

$$Z = \frac{7,8 - 8,0}{\frac{0,5}{\sqrt{50}}} = -2,828 \notin [-r_0, r_0]$$

Johtopäätös:

H_0 hylätään, H_1 voimaan, ts vetolujuus poikkeaa ilmoitetusta

Huom: Jos käytät vastahypoteesia $H_1 : \mu < \mu_0 = 8,0$, (ts. vetolujuus huonompi, kuin mitä valmistaja väittää), kyseessä on yksisuuntainen testi. Hylkäysalue on $Z < -2,33$. Johtopäätös: siiman vetolujuus huonompi, kuin mitä valmistaja väittää.

3. Odotusarvon T-testi

$X = 95\text{E}10$ -polttoaineen kulutus, $\mu = E(X)$, $\sigma^2 = \text{Var}(X)$ tuntematon.

Hypoteesit:

$$H_0 : \mu = \mu_0 = 8,6 \quad (\text{tai } H_0 : \mu \leq \mu_0 = 8,6)$$

$$H_1 : \mu > \mu_0 \quad (\text{kulutus uudella on suurempaa aikaisempaan verrattuna})$$

Testimuuttuja: $T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \sim t, n - 1$

Riskitaso: $\alpha = 0,05$

Hylkämisalue: $T > r_0 = 1,833$ (r_0 taulukosta 2)

Testimuuttujan arvo: havainnoista saadaan $\bar{X} = 8,76$, $s = 0,2171$ ja $n = 10$.

$$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \approx 2,33 > r_0$$

Johtopäätös:

H_0 hylätään, ts. kulutus 95E10:lla on suurempaa aikaisempaan verrattuna.

4. Odotusarvon T-testi

$X_i =$ ajokilometrien lisäys kulutettua polttoainelitraa kohden autolla i .

Hypoteesit:

$$H_0 : \mu = \mu_0 = 1 \quad (\text{mainostaminen ei ole luvallista})$$

$$H_1 : \mu > \mu_0 \quad (\text{mainostaminen on luvallista})$$

Testimuuttuja: $T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \sim t, n - 1$

Riskitaso: $\alpha = 0,05$

a) Hylkämisalue: $T > r_0 \approx 1,648$ (r_0 taulukosta 2, kun $f = n - 1 = 899$)

Testimuuttujan arvo: $T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{1,01 - 1}{\frac{0,1}{\sqrt{900}}} = 3 > r_0$

Johtopäätös:

H_0 hylätään, ts. mainostaminen on luvallista.

b) Hylkäämisalue: $T > r_0 = 1,860$ (r_0 taulukosta 2, kun $f = n - 1 = 8$)

Testimuuttujan arvo: $T = \frac{1,21-1}{\frac{0,4}{\sqrt{9}}} = 1,575 < r_0$

Johtopäätös:

H_0 jää voimaan, ts. mainostaminen EI ole luvallista.

5. Hajonnan testi

Hypoteesit:

$H_0 : \sigma \leq \sigma_0 = 0,05$ (tuotanto on laadukasta)

$H_1 : \sigma > \sigma_0$ (tuotanto ei ole laadukasta)

Testimuuttuja:

$$\chi_0^2 = \frac{(n-1) \cdot s^2}{\sigma_0^2} \sim \chi_{n-1}^2$$

Riskitaso: $\alpha = 0,01$.

Hylkäysalue: $\chi_0^2 > r_0 = 88,379$ (arvo taulukosta 3, kun $f = 59 \approx 60$)

Testimuuttujan arvo: havainnoista $n = 60$, $s = 0,055$.

$$\chi_0^2 = \frac{(n-1) \cdot s^2}{\sigma_0^2} = \frac{59 \cdot 0,055^2}{0,050^2} \approx 71,39 < r_0$$

Johtopäätös: H_0 jää voimaan, ts. tuotanto on laadukasta.