

Tilastomatematiikka

2. välikoe 6.4.2013

1. Eräessä tutkimuksessa haluttiin selvittää liitoksien lujuutta. Tutkimuksessa mitattiin 14 liitoksen murtojännitys, jonka keskiarvoksi saatiin $\bar{x} = 8.48$ [MPa] ja keskihajonnaksi $s = 0.79$ [Mpa]. Määrää todellisen murtojännityksen odotusarvon 95% luottamusväli.
2. Elektroniikan komponentteja valmistava tehdas toimitti suurasiakkaalleen suuren määrän muistipiirejä. Asiakas on oikeutettu korvauksiin, jos enemmän kuin 3 % muistipiireistä on viallisia. Toimituserän laadun varmistamiseksi asiakas poimi satunnaisesti testaukseen 1500 muistipiiriä, joista viallisiksi osoittautui 54 kappaletta. Onko asiakas oikeutettu korvauksiin suoritetun testauksen perusteella riskitasolla $\alpha = 5\%$?
3. Erään selvityksen mukaan internetin käyttäjistä 78% käyttää selaimena Internet Exploreria (IE), 15% Firefoxia ja 7% jotain muuta selainta. Haluttiin selvittää, onko näin asian laita, ja tutkittiin 200 satunnaisesti valitun henkilön selainvalintaa ja havaittiin seuraavaa: 140 käytti selaimena IE:tä, 40 Firefoxia ja 20 jotain muuta selainta. Testaa riskitasolla $\alpha = 0.05$, vastaavatko havainnot ilmoitettuja osuuksia.

4. Lehtori K:n pituutta [cm] ja painoa [g] seurattiin hänen ensimmäisinä elinkuukausinaan ja saatiin seuraava taulukko

Pituus	51	59	63	65.5	68	71	73.5	78
Paino	3650	6000	7000	7700	8400	8770	9380	10100

- a) Laske muuttujien välinen korrelaatiokerroin ja määrää selityssaste.
 - b) Määrää havaintoja vastaava regressiosuora. Piirrä havaintopisteet ja regressiosuora samaan koordinaatistoon.
 - c) Mikä on mallin mukaan lehtori K:n paino nykyään, kun tiedetään, että hänen pituutensa on 178 [cm]? Mitä voit sanoa mallin antamasta painosta?
5. Yritykset käyttävät erilaisia koulutuksia työntekijöidensä työtehon parantamiseksi. Eräessä koulutuksessa oli 3 tasoa (tasot 1, 2 ja 3) ja erään projektin päällikkö halusi selvittää niiden vaikutusta erään työtehtävän keskimääräisiin suoritusajoihin. Hän valitsi satunnaisesti kultakin koulutustasolta 10 henkilöä ja sai työtehtävän suoritusajoista seuraavat tiedot:

Taso	n_i	\bar{x}_i	s_i^2
1	10	24.2	21.54
2	10	27.1	18.64
3	10	30.2	17.76

Testaa riskitasolla $\alpha = 0.05$, onko eri koulutustasoilla vaikutusta työtehtävän keskimääräisiin suoritusajoihin.

KÄÄNNÄ

Kaavoja

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \setminus B) = P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

$$P(A|B) = P(A \cap B)/P(B)$$

$$f(x) = 1/(b-a), \quad E(X) = (a+b)/2, \quad \text{Var}(X) = (b-a)^2/12$$

$$f(x) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-x/\beta}, \quad E(X) = \alpha\beta, \quad \text{Var}(X) = \alpha\beta^2$$

$$f(x) = \theta e^{-\theta x}, \quad E(X) = 1/\theta, \quad \text{Var}(X) = 1/\theta^2$$

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}, \quad E(X) = np, \quad \text{Var}(X) = np(1-p)$$

$$P(X = k) = \frac{\binom{m}{k} \binom{N-m}{n-k}}{\binom{N}{n}}, \quad E(X) = n \frac{m}{N}, \quad \text{Var}(X) = \frac{nm(N-m)(N-n)}{N^2(N-1)}$$

$$P(X = k) = p(1-p)^{k-1}, \quad E(X) = 1/p, \quad \text{Var}(X) = (1-p)/p^2$$

$$P(X = k) = \frac{a^k}{k!} e^{-a}, \quad E(X) = a, \quad \text{Var}(X) = a$$

$$\frac{(\bar{x} - \bar{y}) - (\mu_x - \mu_y)}{\sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n} + \frac{\sigma_y^2}{m}}}; \quad \frac{(\bar{x} - \bar{y}) - (\mu_x - \mu_y)}{\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}} \sqrt{\frac{(n-1)s_x^2 + (m-1)s_y^2}{n+m-2}}}; \quad \frac{(\bar{x} - \bar{y}) - (\mu_x - \mu_y)}{\sqrt{\frac{s_x^2}{n} + \frac{s_y^2}{m}}}$$

$$\sum_{i=1}^k \frac{(f_i - np_i)^2}{np_i} \sim \chi^2, \quad k-1; \quad \sum_{i=1}^k \left(\frac{(a_i - n\hat{p}_i)^2}{n\hat{p}_i} + \frac{(b_i - m\hat{p}_i)^2}{m\hat{p}_i} \right) \sim \chi^2, \quad k-1,$$

$$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^l \frac{(f_{ij} - n\hat{p}_i\hat{q}_j)^2}{n\hat{p}_i\hat{q}_j} \sim \chi^2, \quad (k-1)(l-1);$$

$$r = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx}}\sqrt{S_{yy}}}; \quad S_{xy} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}); \quad S_{xx} = (n-1)s_x^2;$$

$$y = ax + b; \quad a = \frac{S_{xy}}{S_{xx}}; \quad b = \bar{y} - a\bar{x}; \quad \frac{\bar{x}_i - \bar{x}_j}{\sqrt{(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}) \frac{SS_W}{n-k}}};$$

$$SS_B = \sum_{i=1}^k n_i(\bar{x}_i - \bar{x})^2; \quad SS_W = \sum_{i=1}^k (n_i - 1)s_i^2; \quad \frac{SS_B/(k-1)}{SS_W/(n-k)} \sim F(k-1, n-k).$$