# Tilastomatematiikka

## 1. välikoe 25.02.2012

1. Kahdella riippumattomalla tapahtumalla on todennäköisyydet 0.1 ja 0.3. Millä todennäköisyydellä

   a) kumpikaan tapahtumista ei satu?

   b) ainakin yksi tapahtumista sattuu?

   c) täsmälleen yksi tapahtumista sattuu?

2. a) Anna esimerkki diskreetistä satunnaismuuttujasta ja laske sen odotusarvo ja varianssi (Kahden edellisen suureen laskennassa välivaiheet näkyviin, pelkkä vastaus ei riitä!).

   b) Anna esimerkki jatkuvasta satunnaismuuttujasta ja laske sen odotusarvo ja varianssi (Kahden edellisen suureen laskennassa välivaiheet näkyviin, pelkkä vastaus ei riitä!).

3. Binäärinen viesti koostuu biteistä 0 ja 1. Oletetaan, että lähetetään viesti tietoliikennekanavassa, jossa todennäköisyydellä 0.01 bitti välittyy virheellisenä, eli lähetettäessä bitti 1 vastaanotetaan 0 tai lähetettäessä 0 vastaanotetaan 1. Oletetaan, että lähetettävässä viestissä on 60 % bittejä 1.

   a) Mikä on bittien 1 suhteellinen osuus vastaanotetussa viestissä?

   b) Millä todennäköisyydellä lähetettiin bitti 1, jos vastaanotettu bitti oli 1?

4. Aika, joka kuljettajalta kuluu edellä menevän auton jarruvalojen reagoimiseen, on kriittinen peräänajon välttämiseksi. Oletetaan, että reaktioaika, joka kuljettajalta kuluu edellä menevän auton jarruvalojen syttymisestä jarrujen painamiseen, on normaalijakautunut parametrein $\mu = 1.25$ sekuntia ja $\sigma = 0.46$ sekuntia.

   a) Mikä osuus reaktioajoista on 1.00 sekunnin ja 1.75 sekunnin välillä?

   b) Jos 2 sekuntia on kriittinen aika peräänajon välttämiseksi, niin millä todennäköisyydellä tapahtuu peräänajo?

5. Fyysikot käyttävät satunnaiskävelyä diffuusion tai yleisesti partikkelien satunnaisliikkeen mallintamiseen. Partikkelin paikka $S_n$ ajanhetkellä $n$ voidaan ajatella siirtymien $X_1, \ldots, X_n$ summana. Oletetaan, että siirtymät ovat riippumattomia ja samalla tavalla jakautuneita niin, että partikkeli voi samalla todennäköisyydellä joko siirtyä yhden yksikön (+1) verran oikealle tai vasemmalle (-1). Määrää normaalijakauma-approksimaatiolla todennäköisyys, että 10000 siirtymän jälkeen partikkeli on vähintään 100 yksikköä lähtöpisteestä vasemmalle.

KÄÄNNÄ

## Kaavoja

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$
$$P(A \backslash B) = P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B)$$
$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$
$$P(A|B) = P(A \cap B)/P(B)$$
$$f(x) = 1/(b-a),\ E(X) = (a+b)/2,\ Var(X) = (b-a)^2/12$$
$$f(x) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-x/\beta},\ E(X) = \alpha\beta,\ Var(X) = \alpha\beta^2$$
$$f(x) = \theta e^{-\theta x},\ E(X) = 1/\theta,\ Var(X) = 1/\theta^2$$
$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k},\ E(X) = np,\ Var(X) = np(1-p)$$
$$P(X = k) = \frac{\binom{m}{k}\binom{N-m}{n-k}}{\binom{N}{n}},\ E(X) = n\frac{m}{N},\ Var(X) = \frac{nm(N-m)(N-n)}{N^2(N-1)}$$
$$P(X = k) = p(1-p)^{k-1},\ E(X) = 1/p,\ Var(X) = (1-p)/p^2$$
$$P(X = k) = \frac{a^k}{k!} e^{-a},\ E(X) = a,\ Var(X) = a$$
$$\frac{(\bar{x} - \bar{y}) - (\mu_x - \mu_y)}{\sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n} + \frac{\sigma_y^2}{m}}};\ \frac{(\bar{x} - \bar{y}) - (\mu_x - \mu_y)}{\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}\sqrt{\frac{(n-1)s_x^2 + (m-1)s_y^2}{n+m-2}}};\ \frac{(\bar{x} - \bar{y}) - (\mu_x - \mu_y)}{\sqrt{\frac{s_x^2}{n} + \frac{s_y^2}{m}}}$$
$$\sum_{i=1}^{k} \frac{(f_i - np_i)^2}{np_i} \sim \chi^2,\ k-1;\ \sum_{i=1}^{k} \left( \frac{(a_i - n\hat{p}_i)^2}{n\hat{p}_i} + \frac{(b_i - m\hat{p}_i)^2}{m\hat{p}_i} \right) \sim \chi^2,\ k-1,$$
$$\sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{l} \frac{(f_{ij} - n\hat{p}_i\hat{q}_j)^2}{n\hat{p}_i\hat{q}_j} \sim \chi^2,\ (k-1)(l-1);$$