

# Tilastomatematiikka

## 1. välikoe 26.02.2011

1. Tapahtumien  $A, B$  ja  $C$  todennäköisyydet ovat  $P(A) = \frac{1}{6}$ ,  $P(B) = \frac{1}{4}$ ,  $P(C) = \frac{1}{4}$ ,  $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$  ja  $P(A \cap C) = 0$ .
  - a) Laske todennäköisyys  $P(\overline{A \cup B})$ .
  - b) Laske todennäköisyys  $P(B \setminus (\overline{A \cup B}))$ .
  - c) Ovatko tapahtumat  $\overline{A}$  ja  $C$  riippumattomia?
2. Tavarataloketju valmistutti tulitikkuja alihankkijalla Burnit. Tulitikkujen valmistusolosuhteista johtuen havaittiin, että 1 % tulitikuista oli viallisia. Tulitikut pakattiin 40 tikun askeihin, jotka jälleenmyytiin kuluttajille.
  - a) Asiakas ostaa umpimähkään valitun tulitikkuskin. Millä todennäköisyydellä askissa on korkeintaan 2 viallista tulitikkua?
  - b) Kuinka monta tikkuaskia asiakkaan on ostettava, että ainakin yhdessä askissa kaikki tikut ovat virheettömiä (ei-viallisia) todennäköisyydellä 0,995?
3. Kaksi yritystä  $A$  ja  $B$  harkitsevat tarjouksen jättämistä eräästä urakasta, joka myönnetään tai ollaan myöntämättä tarjouksien suuruuksista riippuen. Yritys  $A$  jättää tarjouspyynnön ja se saa urakan todennäköisyydellä  $\frac{3}{4}$  edellyttäen, että yritys  $B$  ei tee tarjousta. Yritys  $B$  taasen jättää tarjouksen todennäköisyydellä  $\frac{3}{4}$  ja, jos  $B$  tekee tarjouksen, yrityksen  $A$  todennäköisyys saada urakka on vain  $\frac{1}{4}$ .
  - a) Millä todennäköisyydellä yritys  $A$  saa urakan?
  - b) Jos  $A$  saa urakan, niin millä todennäköisyydellä  $B$  ei tehnyt tarjousta?
4. Tilastomatematiikan luennoitsija asuu Limingassa ja hänen täytyy käyttää kahta bussia työmatkaansa varten. Ensimmäinen bussi lähtee Limingasta kello 7.00 ja oletetaan, että hän aina ehtii siihen. Oulun keskustassa hänen täytyy vaihtaa bussia yliopistolle kulkevaa jatkokoyhteyttä varten. Keskustasta menee kaksi jatkokoyhteyttä yliopistolle. Ensimmäinen lähtee tasan kello 7.38 ja toinen tasan kello 7.44. Bussien ajoajat ovat toisistaan riippumattomia ja normaalijakautuneita satunnaismuuttujia niin, että ensimmäisen bussin ajoaika noudattaa  $N(35, 4^2)$ -jakaumaa ja jatkokoyhteydet noudattavat, ensimmäinen  $N(14, 3^2)$ -jakaumaa ja toinen  $N(9, 3^2)$ -jakaumaa. Millä todennäköisyydellä luennoitsija ehtii ajoissa pitämään luentoja, kun oletetaan, että hän ehtii ajoissa luennoille, jos hän saapuu Linnanmaalle kello 8.00 mennessä?
5. Olkoot  $X$  ja  $Y$  satunnaismuuttujia, joiden yhteisjakauman tiheysfunktio on  $f_{XY}(x, y) = e^{-x-y}$ , kun  $x, y \geq 0$ , ja  $f_{XY}(x, y) = 0$  muulloin.
  - a) Määrää satunnaismuuttujaparin  $(X, Y)$  yhteisjakauman kertymäfunktio ja laske todennäköisyys  $P(X < \frac{1}{4} \text{ ja } Y < \frac{1}{4})$ .
  - b) Määrää  $X$ :n ja  $Y$ :n reunatiheydet. Ovatko  $X$  ja  $Y$  riippumattomia?

KÄÄNNÄ