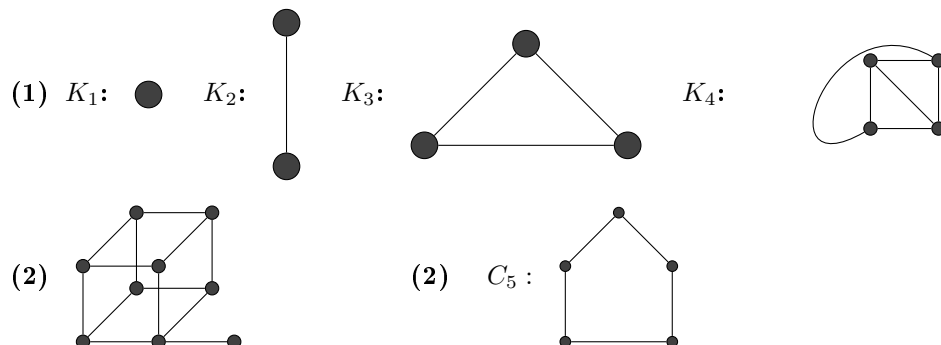


031023P Tietotekniikan matematiikka

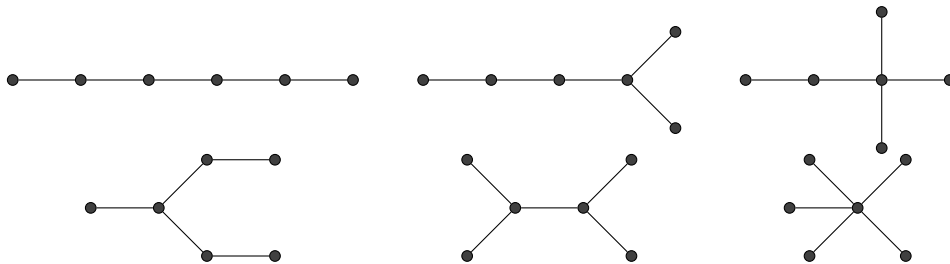
2. välikoe 19.10.2023

1. a) Piirrä:
- 1) Kaikki täydelliset graafit jotka ovat tasograafeja. (1p)
 - 2) Yhtenäinen graafi, joka sisältää graafin Q_3 indusoituna aligraafinaan. (1p)
 - 3) Graafi, jonka kromaattinen luku on 3 ja joka ei sisällä graafia C_3 aligraafinaan. (1p)
- b) Piirrä kaikki ei-isomorfiset 6 pistettä sisältävät puut. (3p)

Ratk. a)



b)



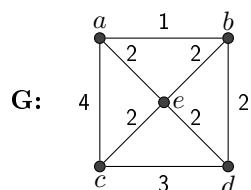
2. a) Kaukolämpöverkoston runkoputkiston rakentamismahdollisuudet ja rakentamiskustannukset (miljoonina euroina) 5:n kaupunginosan $\{a, b, c, d, e\}$ välillä arvioitiin seuraavasti:

	a	b	c	d	e
a		1	4		2
b				2	2
c				3	2
d					2

Runkoputkisto alkoi kaupunginosasta a . On selvitettävä miten runkoputkisto voidaan vetää kaikkein edullisimmin jokaiseen kaupunginosaan. Mihin graafiteorian ongelmaan yllä kuvattu ongelma palautuu? Etsi ratkaisu ongelmaan. Onko ratkaisu yksikäsitteinen? (3p)

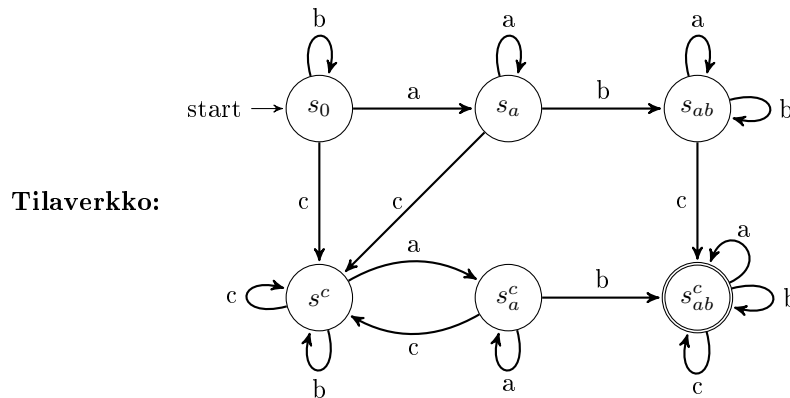
- b) Jonoparia a_1, a_2, \dots, a_n ja b_1, b_2, \dots, b_n kutsutaan **digraafiseksi**, jos on olemassa suunnattu graafi D pistejoukkonaan $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ niin että $\deg_D^O(v_i) = a_i$ ja $\deg_D^I(v_i) = b_i$ aina kun $i = 1, 2, \dots, n$. Onko jonopari $3, 1, 1, 0$ ja $1, 1, 1, 2$ digraafinen? Jos on, niin piirrä ehdot toteuttava graafi. Jos ei ole, niin perustele miksi ei. (3p)

Ratk. a) Esitetään kustannukset painotettuna graafina.



Graafiteoreettisesti kyseessä on graafin G keveimmän viritetyn puun etsiminen. Tehdään se Primin algoritmillä. Seuraavassa punaiset viivat ovat ehdokkaita ja siniset viivat ja pisteet jo valittuja.

c) Syötöt: $\{a, b, c\}$. Tilalla muistetaan onko c luettu ja missä kohtaa ab :n lukemista ollaan. Esimerkiksi tilassa s_a^c on luettu c ja viimeiseksi on luettu a .



4. a) Olkoot $M_1 = (S_1, I, f_1, s_0, F_1)$ ja $M_2 = (S_2, I, f_2, t_0, F_2)$ kaksi determinististä automaattia ja olkoon L_i automaatin M_i tunnistama kieli, $i = 1, 2$. Toisin sanoen $L_1 = L(M_1)$ ja $L_2 = L(M_2)$. Oletetaan, että automaattit M_1 ja M_2 tunnetaan. Määrää kielen $L_1 \cup L_2$ tunnistava deterministinen automaatti. (2p)
- b) Olkoon sanassa w esiintyvien symbolien 0 lukumäärä $|w|_0$ ja symbolien 1 lukumäärä $|w|_1$. Rakenna Turingin kone joka tunnistaa kielen

$$L = \{w \mid w \in \{0, 1\}^* \text{ ja } |w|_1 \geq |w|_0 + 2\}.$$

Alussa sana w on kirjoitettu nauhalle ja lukupää on sanan w vasemmanpuoleisimman symbolin kohdalla. Selitä Turingin koneen tilat, käytettävät symbolit sekä piirrä Turingin koneen tilaverkko. (4p)

Ratk. a) Kielen $L_2 \cap L_1 = L_1 \cap L_2$ tunnistaa automaatti

$$M_1 \times M_2 = (S_1 \times S_2, I, f, (s_0, t_0), F),$$

missä $f((s, t), a) = (f_1(s, a), f_2(t, a))$ aina kun $s \in S_1, t \in S_2$ ja $a \in I$ ja $F = (F_1 \times S_2) \cup (S_1 \times F_2)$.

b)

