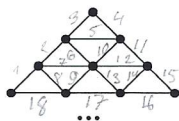


# 031023P Tietotekniikan matematiikka

2. välikoe 20.10.2022

1. a) Tarkastellaan alla olevaa graafia. Se sisältää alla kuvatun kaltaisia tasoja  $n$  kappaletta. Onko graafi Eulerin graafi? Perustele vastauksesi. (2p)



- b) Voiko graafi, jolla on vahvasti yhtenäinen orientaatio, sisältää irrotuspisteen. Perustele vastauksesi. (1p)
- c) Piirrä kaikki korkeintaan 5 pistettä sisältävät ei-isomorfiset puut. (3p)
2. a) Onko mahdollista konstruoida yhtenäinen graafi, joka sisältää vähintään 10 pistettä, täsmälleen 4 irrotuspistettä, täsmälleen 2 siltaa ja ainakin 5 blokkia. Jos on, niin piirrä ehdot täyttävä graafi, johon merkitset kaikki irrotuspisteet, sillat ja blokit. Jos ei ole, niin perustele miksi ei. (3p)
- b) Määrä säännölliset ilmaisut seuraaville aakkoston  $\{0,1\}$  kielille.
- b1) Kieli sisältää kaikki sanat (ja vain ne), jotka päättyvät sanaan 010. (1p)
- b2) Kieli sisältää kaikki sanat (ja vain ne), joissa on vähintään 3 kirjainta ja joiden toinen ja viimeinen kirjain ovat samat. (2p)
3. a) Tarkastellaan kahdella askeleella syöttöjonoa viivästyttävää jonokonetta. Jonokoneen syöttöjono koostuvat nolista ja ykkösistä sekä symbolista  $x$ . Syötössä esiintyvää  $0,1$  jonoa viivästetään kahdella askeleella tulostamalla aluksi symbolijono  $00$  ja sen jälkeen syötön  $0,1$  jono alusta alkaen lukuunottamatta kahta viimeistä merkkiä. Syöttösymboli  $x$  ilmoittaa  $0,1$  jonon loppumisen, jolloin jonokone tulostaa symbolin  $2$  ja palaa uuden jonon käsittelyvalmiuteen. Esimerkiksi syötettäessä jono 01100110 $x$  saadaan tulostuksena 000110012. Laadi jonokoneen tilaverkko. Selitä koneen tilat sekä syöttö- ja tulostussymbolit. (4p)
- b) Olkoot  $M_1 = (S_1, I, f_1, s_0, F_1)$  ja  $M_2 = (S_2, I, f_2, t_0, F_2)$  kaksi determinististä automaattia ja olkoon  $L_i$  automaatin  $M_i$  tunnistama kieli,  $i = 1, 2$ . Toisin sanoen  $L_1 = L(M_1)$  ja  $L_2 = L(M_2)$ . Oletetaan, että automaatit  $M_1$  ja  $M_2$  tunnetaan. Määrä kielen  $L_1 \cap L_2$  tunnistava deterministinen automaatti. (2p)
4. Rakenna Turingin kone, joka tunnistaa kielen  $L = \{0^n \# 1^{3n} \mid n = 0, 1, 2, \dots\}$ . Alussa sana  $0^n \# 1^{3n}$  on kirjoitettu nauhalle ja nauhan lukupää on sanan vasemmanpuoleisimman merkin kohdalla. Selitä Turingin koneen tilat, käytettävät symbolit sekä piirrä Turingin koneen tilaverkko.