

## 031023P Tietotekniikan matematiikka

2. välikoe 21.10.2021

1. 

**a)** Piirrä vähintään 7 pistettä sisältävä Hamiltonin graafi, joka ei ole Eulerin graafi. (2p)

**b)** Määrittele seuraavat käsitteet ja esitä joka kohdassa vähintään 6 pistettä sisältävä esimerkki, jolle määrität kyseisen käsitteen. **b1)** Graafin maksimisovitus **b2)** Graafin kromaattinen luku **b3)** Tasograafin tasouputus **b4)** Graafin virittävä puu (1p kukin).
2. 

**a)** Konstruoi 3-säännöllinen yhtenäinen graafi, jolla on ainakin 2 irrotuspistettä. Montako blokkia graafisi sisältää? Merkitse graafisi kaikki blokit. (3p)

**b)** Määrää säännölliset ilmaisut seuraaville aakkoston  $\{0,1\}$  kielille.

**b1)** Kieli sisältää kaikki sanat (ja vain ne), joissa esiintyy ainakin kolme 0:aa.

**b2)** Kieli sisältää kaikki sanat (ja vain ne), jotka alkavat ja loppuvat eri kirjaimen. (3p)
3. 

**a)** Myyntiautomaattiin ladattiin kolme kappaletta (samaa) tuotetta ( $= T$ ). Tuotteen hinta on 2 euroa ja automaatin raha-aukkoon sopivat vain 1 euron kolikot (tehtävän ulkopuolelle jätetään rahojen oikeellisuuden testaus). Kun tuotteen hinta on tullut syötetyksi, niin automaatti palauttaa syötetyt ylimääräiset kolikot ja painamalla palvelunappia ( $= P$ ) automaatti luovuttaa maksetun tuotteen. Kun viimeinen automaatin sisältämä tuote luovutetaan, niin samanaikaisesti liukuu estelevy ( $= E$ ) raha-aukon eteen. Laadi automaatin toimintaa kuvaava jonokoneen tilaverkko. Selitä koneen tilat sekä syöttö- ja tulostussymbolit. (4p)

**b)** Olkoot  $M_1 = (S_1, I, f_1, s_0, F_1)$  ja  $M_2 = (S_2, I, f_2, t_0, F_2)$  kaksi determinististä automaattia ja olkoon  $L_i$  automaatin  $M_i$  tunnistama kieli,  $i = 1, 2$ . Toisin sanoen  $L_1 = L(M_1)$  ja  $L_2 = L(M_2)$ . Oletetaan, että automaatit  $M_1$  ja  $M_2$  tunnetaan. Määrää kielen  $L_2 \setminus L_1$  tunnistava deterministinen automaatti. (2p)
4. Rakenna Turingin kone, joka liittää kaksi bittijonoa yhteen. Alussa nauhalla on kaksi mielivaltaisen pituista, ei-tyhjää bittijonoa  $w_1$  ja  $w_2$  ja niiden välissä on mielivaltainen määrä, mutta ainakin kaksi tyhjää muistipaikkaa eli nauhalla oleva sana on muotoa  $w_1 B^k w_2$ , missä  $k \geq 2$  ja  $w_1, w_2 \in \{0,1\}^*$ ,  $|w_i| \geq 1$ , kun  $i = 1, 2$ . Koneen lukupää alussa on sanan  $w_1$  ensimmäisen bitin kohdalla. Lopussa nauhalla on yhdistetty bittijono  $w_1 w_2$  ja koneen lukupää on yhdistetyn bittijonon ensimmäisen merkin kohdalla. Selitä Turingin koneen tilat, käytettävät symbolit sekä piirrä Turingin koneen tilaverkko.