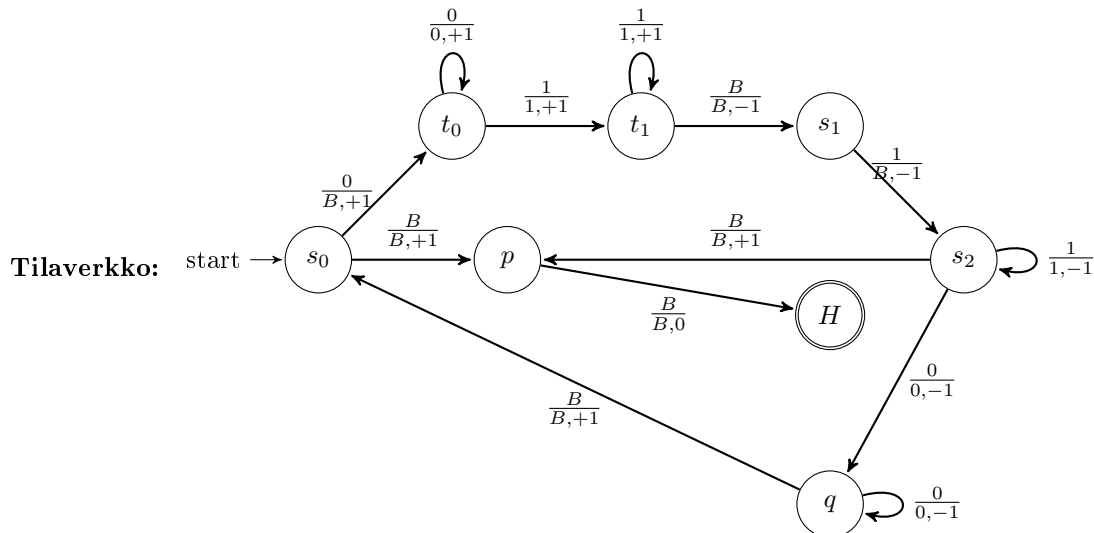


TIETOTEKNIIKAN MATEMATIIKKA

Harjoitus 10 syksy 2021 Ratkaisut

- Rakenna Turingin kone, joka tunnistaa kielen $L = \{0^n 1^n | n = 0, 1, 2, \dots\}$, Kun alussa sana $0^n 1^n$ on kirjoitettuna nauhalle ja nauhan lukupää on vasemmanpuoleisimman 0:n kohdalla.

Ratk.

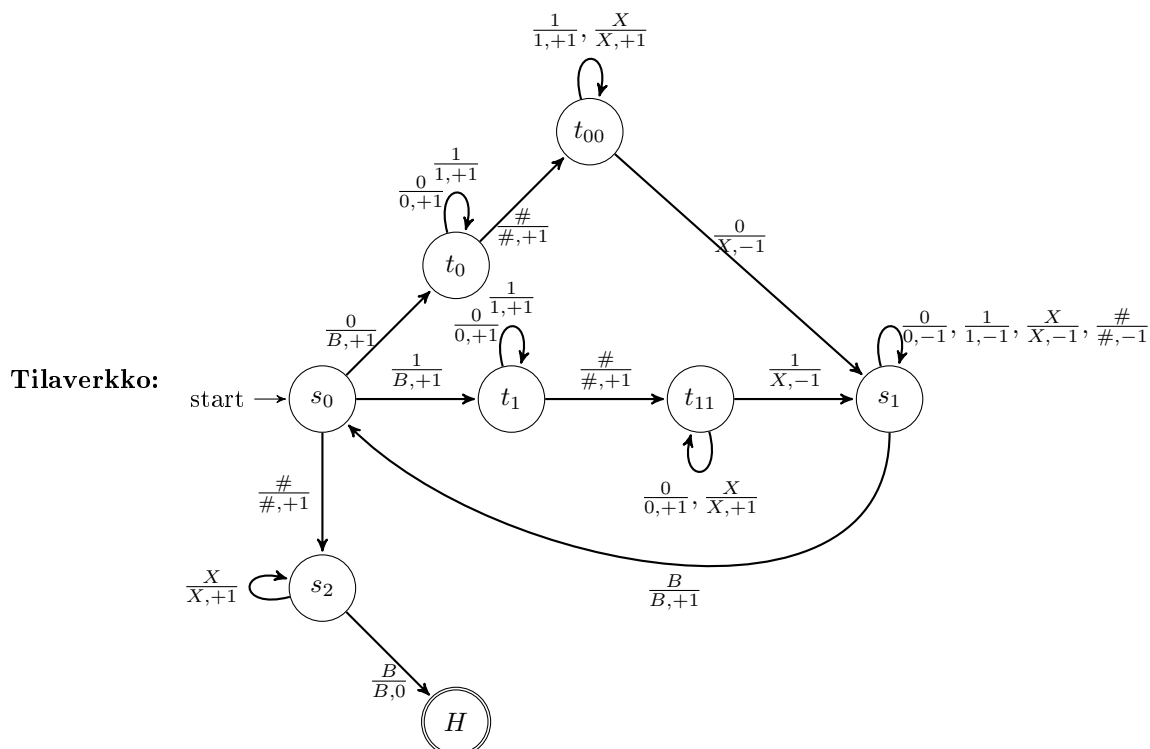


- Kaksi 0, 1 jonoa w_1 ja w_2 kommutoivat, jos molemmissa jonoissa on yhtä monta ykköstä ja nollaa. Esimerkiksi jonot 00101 ja 11000 kommutoivat. Rakenna Turingin kone joka tunnistaa kielen

$$L = \{w_1 \# w_2 | w_1, w_2 \in \{0, 1\}^* \text{ ja sanat } w_1 \text{ ja } w_2 \text{ kommutoivat} \},$$

kun alussa sana $w_1 \# w_2$ on kirjoitettuna nauhalle ja nauhan lukupää on kyseisen sanan vasemmanpuoleisimman symbolin kohdalla. Selitä Turingin koneen tilat, käytettävät symbolit sekä piirrä Turingin koneen tilaverkko.

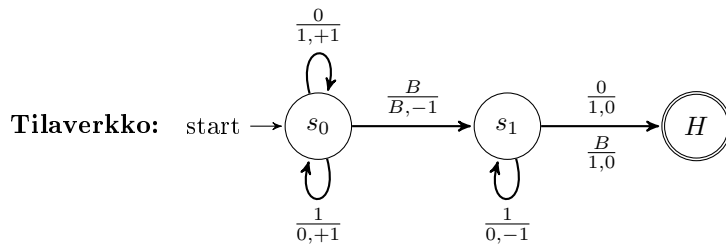
Ratk.



- Rakenna Turingin kone, joka muuntaa nauhalla olevan binääriluvun A komplementiksi A^{**} . Alussa koneen lukupää on binääriluvun vasemmanpuoleisimman merkin kohdalla.

Ratk. Esimerkiksi jos $A = 1010$, niin $A^* = 0101$ ja $A^{**} = A^* + 1 = 0110$

Idea: Vaihdetaan bitit vasemmalta oikealle, jolloin nauhalla on A^* . Lisätään 1, jolloin saadaan A^{**}

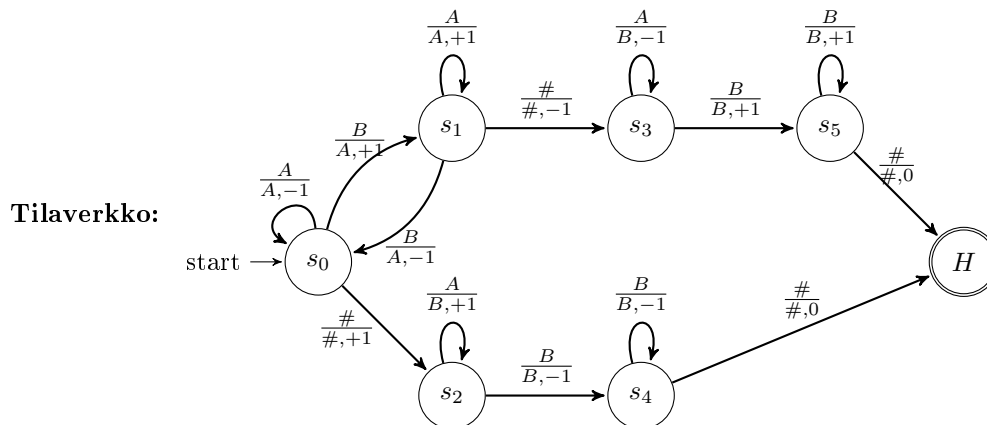


Esimerkiksi

- | | |
|------------------------------|------------------------------|
| 1. $(s_0, \downarrow 010)$ | 5. $(s_0, 0101\downarrow B)$ |
| 2. $(s_0, 00\downarrow 10)$ | 6. $(s_1, 0101\downarrow)$ |
| 3. $(s_0, 011\downarrow 10)$ | 7. $(s_1, 0100\downarrow)$ |
| 4. $(s_0, 0100\downarrow)$ | 8. $(H, 0110\downarrow)$ |

4. Määrää Turingin kone, joka suorittaa seuraavan etsintätehtävän: Koneen nauhalla on alkutilanteessa jossain solussa merkki #, ja muut solut ovat tyhjiä (=B). Koneen lukupään kohdalla alussa on merkki B ja merkin # sisältävän solun paikkaa ei tiedetä. Kone pysähtyy tilanteeseen, jossa lukupää osoittaa merkin # sisältävään soluun, muiden solujen ollessa tyhjiä. Selitä Turingin koneen tilat, käytettävät symbolit sekä piirrä Turingin koneen tilaverkko.

Ratk.



On olemassa myös kaksitilainen Turingin kone, joka ratkaisee tehtävän. Millainen ?

5. Rakenna Turingin kone, joka siirtää sanan w erikoismerkin # toiselle puolelle. Alussa nauhalla on sana $w\#$, missä sana w on aakkoston $\{0, 1\}$ sana, $w \neq \lambda$ ja lukupää on sanan w vasemmanpuoleisimman merkin kohdalla. Lopussa nauhalla on sana $\#BBBw$ ja lukupää on merkin # kohdalla. Selitä Turingin koneen tilat, käytettävät symbolit sekä piirrä Turingin koneen tilaverkko.

Ratk. Idea: Kuljetaan sanan w yli oikealle. Kun löydetään #, muutetaan se B:ksi. Kuljetaan sanan w yli vasemmalle. Kun löydetään sanan alku, kuljetaan kolmen B:n yli ja muutetaan neljäs B #:ksi.

