

# TIETOTEKNIIKAN MATEMATIIKKA

## Harjoitus 9 syksy 2021

1. Rakenna äärellinen deterministinen automaatti, joka hyväksyy 0,1-jonoista täsmälleen ne, joissa on 1:iä nelosella jaollinen määrä ( $\neq 0$ ) ja hylkää muut.
2. Määrää äärellinen deterministinen automaatti, joka hyväksyy kaikki ne aakkoston  $\{x, y\}$  sanat joissa esiintyy ainakin kaksi  $x$  kirjainta ja korkeintaan kolme  $y$  kirjainta, ja hylkää muut sanat. Piirrä automaatin tilaverkko ja selitä syötöt ja tilat.
3. Tarkastellaan aakkoston  $\{a, b, c\}$  kieltä  $L$ , joka sisältää täsmälleen kaikki sellaiset aakkoston sanat, joissa esiintyy osasanana sana  $acb$  ja joissa ei esiinny osasanana sanaa  $cc$ . Toisin sanoen  $L = \{w \mid w \in \{a, c, b\}^*, acb \text{ on sanan } w \text{ osasana ja } cc \text{ ei ole sanan } w \text{ osasana}\}$ .  
Määrää äärellinen deterministinen automaatti, joka hyväksyy kaikki kielen  $L$  sanat ja hylkää muut sanat. Piirrä automaatin tilaverkko ja selitä syötöt ja tilat.
4. Tutkitaan alla olevalla taulukolla esitettyä äärellistä automaattia, missä alkutila on  $s_0$  ja lopputilojen joukko  $\{s_1, s_3\}$ . Määrää kieli/sanat, jotka automaatti hyväksyy. Laadi äärellinen deterministinen automaatti, joka hyväksyy täsmälleen saman kielen kuin taulukon äärellinen epädeterministinen automaatti määräämällä laskien deterministisen automaatin tilat ja lopulliset tilat (hyväksymistilat) ja piirtämällä deterministisen automaatin tilaverkko, missä näkyy mistä epädeterministisen automaatin tiloista deterministisen automaatin tilat koostuvat.

	0	1
$s_0$	$s_2$	$s_1$
$s_1$	$s_1, s_2$	$s_3$
$s_2$	—	—
$s_3$	$s_2, s_3$	$s_2$

5. Kieli  $L$  on aakkoston  $\{a, b, c\}$  kieli joka sisältää täsmälleen kaikki ne sanat, joissa esiintyy osasanana sana  $ab$  ja sana  $c$ .
  - a) Määrää kielen  $L$  määräävä säännöllinen ilmaisu.
  - b) Määrää Backus-Naur muotoinen kielioppi, joka tuottaa merkki kerrallaan vasemmalta oikealle täsmälleen kaikki kielen  $L$  sanat.
  - c) Määrää äärellinen deterministinen automaatti, joka hyväksyy kaikki kielen  $L$  sanat ja hylkää muut sanat. Piirrä automaatin tilaverkko ja selitä syötöt ja tilat.
6. Tutkitaan kirjaimista  $a, b$  ja  $x$  koostuvia sanoja (vasemmalta oikealle). Sana  $w'$  on sanan  $w$  alkuosa, jos  $w = w'w''$  jollakin sanalla  $w''$ . Esimerkiksi  $\lambda, b, bx, bxb$  ovat sanan  $bxb$  alkuosat. Olkoon sanassa  $w$  esiintyvien  $a$  kirjainten lukumäärä  $|w|_a$  ja  $b$  kirjainten lukumäärä  $|w|_b$ .
  - a) Rakenna sellainen äärellinen deterministinen automaatti, joka lukee kirjaimista  $a, b$  ja  $x$  koostuvia sanoja ja hyväksyy niistä sellaiset sanat  $w$  joille on voimassa molemmat seuraavista ehdoista: (i) jos  $w'$  on  $w$ :n alkuosa, niin  $-2 \leq |w'|_a - |w'|_b \leq 3$  (ii)  $|w|_a - |w|_b = \pm 2$ , ja hylkää muut
  - b) Rakenna epädeterministinen automaatti, joka tunnistaa täsmälleen samat sanat kuin kohdan a) deterministinen automaatti, ja jolla on ainoastaan yksi hyväksyvä tila.
7. 0:ista ja 1:istä koostuva merkkijono on palindromi, jos jono on sama luettaessa vasemmalta oikealle kuin oikealta vasemmalle (esimerkiksi jono 00100100 on palindromi). Luettele kaikki 4:stä merkistä koostuvat 0,1-palindromit. Olkoon  $w = w_1w_2w_3 \cdots w_n$ ,  $n \geq 1$ , missä jokainen  $w_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) on 4:stä merkistä koostuva (vain 0:ia ja 1:siä käsittävä) palindromi (l.  $w$  saadaan asettamalla mielivaltainen määrä (kuitenkin ainakin yksi) 4:n merkin palindromeja peräkkäin). Rakenna deterministinen äärellinen automaatti, joka hyväksyy 0,1-jonoista täsmälleen jonot  $w$ , jotka on kuvattu yllä. Voidaanko rakentaa äärellinen deterministinen automaatti joka hyväksyy täsmälleen kaikki aakkoston  $\{0, 1\}$  palindromit? Jos voidaan, rakenna automaatti. Jos ei voida, selitä miksi ei.