

TIETOTEKNIIKAN MATEMATIIKKA

Harjoitus 8 syksy 2021

- Olkoon aakkosto $V = \{0, 1\}$. Mitkä seuraavista kielistä sisältävät sanan 01110?
a) $\{0, 1\}^*$ b) $\{01\}\{1\}^*\{10\}$ c) $\{000\}^*\{1\}^*\{0\}^+\{11\}^*\{0\}^*$ d) $\{00\}^*\{10\}^*$ e) $\{\{0\}^*\{1\}^*\{0\}^*\}^+$.
- Määrittää säännölliset ilmaisut seuraaville aakkoston $\{a, b\}$ kielille.
a) Sanat, jotka alkavat kirjaimella a ja loppuvat kirjaimella b .
b) Sanat, joiden pituus on jaollinen 3:lla.
c) Sanat, joissa esiintyy ainakin 2 kirjainta b .
d) Sanat, joissa esiintyy pariton määrä kirjainta a .
- Yksinkertaista alla olevat aakkoston $\{a, b\}$ säännölliset ilmaisut ja muunna ne säännöllisiksi kieliksi.
a) $\lambda + ab + abab(ab)^*$ b) $b + ab^* + aa^*b + aa^*ab^*$.
- Määrittää säännölliset ilmaisut seuraaville aakkoston $\{a, b, c\}$ kielille.
a) Kieli sisältää kaikki aakkoston $\{a, b, c\}$ sanat (ja vain ne) jotka eivät pääty sanaan ab .
b) Kieli sisältää kaikki aakkoston $\{a, b, c\}$ sanat (ja vain ne) joissa kirjainta c on pariton määrä.
- Tutkitaan oheista kielioppia. Minkä kielen tuottaa kielioppi
 $G = (\{S, A, a, b, c\}, \{a, b, c\}, S, \{S \rightarrow aA, A \rightarrow bAa, A \rightarrow c\})$?
- Määrittää kieliopit ja säännölliset ilmaisut seuraaville aakkoston $\{a, b\}$ kielille.
a) Sanat, jotka alkavat kirjaimella a ja loppuvat sanaan ba .
b) Sanat, joissa esiintyy osasanana sana $babb$.
- Tutkitaan oheista (Backus-Naur-muotoista) kielioppia. Kirjoita kieli, jonka kielioppi määrää.
 $\langle S \rangle ::= \langle A \rangle c \langle A \rangle \langle B \rangle$
 $\langle A \rangle ::= a \langle A \rangle | \lambda$
 $\langle B \rangle ::= b \langle B \rangle | b$
- Laadi Backus-Naur muotoinen kielioppi, joka tuottaa täsmälleen kaikki aakkoston $\{0, 1\}$ sanat, joissa esiintyy korkeintaan kolme 1:stä peräkkäin. Kuuluuko tyhjä sana kieleen?
- Tarkastellaan aakkoston $\{a, b, c\}$ kieltä L , joka sisältää täsmälleen kaikki sellaiset aakkoston sanat, joissa esiintyy osasanana sana acb ja joissa ei esiinny osasanana sanaa cc . Toisin sanoen
 $L = \{w \mid w \in \{a, c, b\}^*, acb \text{ on sanan } w \text{ osasana ja } cc \text{ ei ole sanan } w \text{ osasana}\}$.
Laadi Backus-Naur muotoinen kielioppi, joka tuottaa merkki merkiltä vasemmalta oikealle täsmälleen kaikki kielen L sanat ja vain ne.
- Määrittää sellainen pituutta lisäävä kielioppi, joka tuottaa saman kielen kuin kielioppi:
 $\langle S \rangle ::= \langle A \rangle a$
 $\langle A \rangle ::= bd \langle B \rangle$
 $\langle B \rangle ::= c \langle B \rangle | ad \langle B \rangle | \lambda$
Määrittää kielioppien tuottama kieli.
- Tarkastellaan kahdella askeleella syöttöjonoa viivästyttävää jonokonetta. Jonokoneen syöttöjonot koostuvat nolista ja ykkösistä sekä symbolista x . Syötössä esiintyvää $0, 1$ jonoa viivästetään kahdella askeleella tulostamalla aluksi symbolijono 00 ja sen jälkeen syötön $0, 1$ jono alusta alkaen lukuunottamatta kahta viimeistä merkkiä. Syöttösymboli x ilmoittaa $0, 1$ jonon loppumisen, jolloin jonokone tulostaa symbolin 2 ja palaa uuden jonon käsittelyvalmiuteen. Esimerkiksi syötettäessä jono **01100110x** saadaan tulostuksena **000110012**. Laadi jonokoneen tilaverkko. Selitä koneen tilat sekä syöttö- ja tulostussymbolit.
- Myyntiautomaattiin ladattiin kolme kappaletta (samaa) tuotetta (=T). Tuotteen hinta on 2 euroa ja automaatin raha-aukkoon sopivat vain 1 euron kolikot (tehtävän ulkopuolelle jätetään rahojen oikeellisuuden testaus). Kun tuotteen hinta on tullut syötetyksi, niin automaatti palauttaa syötetyt ylimääräiset kolikot ja painamalla palvelunappia (=P) automaatti luovuttaa maksetun tuotteen. Kun viimeinen automaatin sisältämä tuote luovutetaan, niin samanaikaisesti liukuu estelevy (=E) raha-aukon eteen. Laadi automaatin toimintaa kuvaava jonokoneen tilaverkko. Selitä koneen tilat sekä syöttö- ja tulostussymbolit.

13. Eräissä ohjelmointikielissä desimaaliluku N on esitettävä muodossa mn^* , $mn^*.n^*$, n^* tai $n^*.n^*$, missä m on etumerkki ($m \in \{+, -\}$) n on numero ($n \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}$) ja n^* on mielivaltaisen pituinen jono numeroita. Jonon pituus voi olla myös 0 (tyhjä jono). Esimerkiksi $+2.74$, $-.58$, 129 , $+$ ovat oikein esitettyjä desimaalilukuja. Määrää sellaisen jonokoneen tilaverkko, joka tarkistaa, onko syöttönä oikein esitetty desimaaliluku tulostamalla jokaisen luetun syöttömerkin jälkeen luvun 1, jos tähän mennessä luettu osa syöttöä on oikein esitetty desimaaliluku ja luvun 0 muutoin. Luvun syötön aloitus ja lopetus tapahtuvat painamalla välilyöntinäppäintä (jolloin output on tyhjä = ei mitään = e). Mitkä ovat koneen syötöt, tulostukset ja mistä koneen tilat koostuvat? HUOM! Merkinät yksinkertaistuvat, jos käytät syöttömerkkiä n kuvaamaan mitä tahansa numeroista $0, 1, \dots, 9$. Amerikkalaisen käytännön mukaisesti tässä desimaalipilkun paikalla on piste.