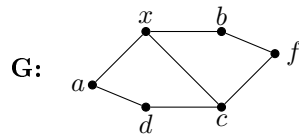


TIETOTEKNIIKAN MATEMATIIKKA

Harjoitus 7 syksy 2021

1. Piirrä kaikki ei-isomorfiset kaksijakoiset 4 pistettä sisältävät graafit ja merkitse jokaiseen niistä kyseisen graafin maksimisoitus.
2. Etsi alla olevan graafin sovituksen $M = \{xb, dc\}$ M -lisäyspolku ja määrää sen avulla graafin maksimisoitus.



3. Osoita, että hyperkuutio Q_n on kaksijakoinen, ja osoita, että Q_n :llä on täydellinen sovitus aina kun $n \geq 1$. Montako viivaa sovitus sisältää?
4. Projektissa on n tehtävää ja n työntekijää, $n \geq 2$. Jokainen työntekijä on pätevä toimimaan täsmälleen k :ssa tehtävässä, $k \geq 1$ ja jokaiseen tehtävään on täsmälleen k pätevää työntekijää. Voidaanko jokaiseen tehtävään valita pätevä työntekijä niin, että kaikille työntekijöille on tehtävä. Perustele vastauksesi.
5. Yliopiston uutta tietojärjestelmää rakentavat suunnittelijat A, B, C, \dots, I olivat suunnittelutiimien $1, 2, \dots, 7$ jäseniä seuraavasti:

Suunnittelija:	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Tiimi:	1,2	1,4	1,6	2,3	3,4	3,5	5,6	4,7	5,7

Koska projektilla oli kiire, ja suunnittelijoilla oli muitakin tehtäviä, niin tiimien vekkopalaverit pyrittiin pitämään mahdollisimman nopeasti. Jokainen tiimi pitää yhden tunnin mittaisen palaverin niin että kukaan suunnittelijoista ei ole kahdessa palaverissa yhtäaikaa. Kuinka monessa tunnissa kaikki palaverit on saatu pidettyä? Mihin graafiteorian ongelmaan tämä ongelma palautuu?

6. Määrää graafien K_7 , C_{2n} ja C_{2n+1} , kun $n = 2, 3, 4, \dots$, sekä graafien $W_{1,7}$, $K_2 + C_4$ ja $K_m + C_{2n}$ kromaattinen luku.
7. Osoita, että kaikille graafeille G on $\chi(K_2 \times G) = \chi(G)$.
8. Onko graafi $D = (V_D, E_D)$, missä $V_D = \{a, b, c, d, f\}$ ja $E_D = \{af, bc, bd, bf, cb, cf, db, dc, df, fd\}$, yhtenäinen, unilateraalinen tai vahvasti yhtenäinen. Määrää D :n pisteiden tulo- ja lähtöasteet.
9. Määrää hyperkuution Q_3 vahvasti yhtenäinen orientaatio.
10. Voiko vahvasti yhtenäisen orientaation sisältävä graafi sisältää irrotuspisteen?
11. Suunnattu graafi on asyklinen, jos se ei sisällä suunnattua piiriä. Osoita, että asyklinen suunnattu graafi sisältää pisteen, jonka tuloaste on 0.