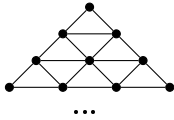


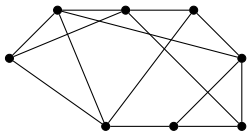
TIETOTEKNIIKAN MATEMATIIKKA

Harjoitus 6 syksy 2021

1. Tarkastellaan alla olevaa graafia. Se sisältää alla kuvatun kaltaisia tasoja n kappaletta. Onko graafi Eulerin graafi? Jos on, niin kuvaa Eulerin kierros ja jos ei niin perustele miksi ei.



2. a) Piirrä vähintään 6 pistettä sisältävä Eulerin graafi, joka ei ole piiri.
b) Piirrä Eulerin graafi, jossa kahdella viivalla on yhteinen vieruspiste, mutta nämä kaksi viivaa eivät ole peräkkäin yhdessäkään graafin Eulerin kierroksessa.
3. a) Tutki ovatko graafit $K_{3,3}$ ja $K_{13,20}$ Hamiltonin graafeja.
b) Milloin graafi $K_{m,n}$ on Hamiltonin graafi?
4. Osoita, että graafi $K_n + \overline{K_{n+1}}$ ei ole Hamiltonin graafi millään $n = 1, 2, \dots$
5. Onko alla oleva graafi tasograafi?



6. Piirrä graafi $K_{3,4}$ niin, että piirros sisältää vain kaksi viivojen risteämistä muualla kuin pisteiden kohdalla.
7. Graafi \overline{C}_n on piirin C_n komplementti. Tutki onko graafi a) \overline{C}_6 b) \overline{C}_7 tasograafi. Jos on, niin piirrä tasoputus. Jos ei ole, niin perustele miksi ei.
8. Osoita, että jokainen 6 pistettä sisältävä graafi, joka sisältää kaksi viivalla yhdistettyä asteen 2 pistettä joilla ei ole yhteistä vieruspistettä, on tasograafi.
9. Onko mahdollista konstruoida yhtenäinen graafi, joka sisältää korkeintaan 9 pistettä, täsmälleen yhden irrotuspisteen, täsmälleen 4 siltaa ja ainakin 5 blokkia. Jos on, niin piirrä ehdot täyttävä graafi, johon merkitset kaikki irrotuspisteet, sillat ja blokit. Jos ei ole, niin todista miksi ei.
10. Piirrä kaikki ei-isomorfiset 4 tai 5 pistettä sisältävät puut.
11. Juurrettu puu on binääripuu, jos jokaisella pisteellä on korkeintaan 2 lasta. Montako pistettä enintään on k :n korkuisella binääripuulla. Montako lehteä?
12. Tietokoneverkko voidaan esittää graafina, missä pisteet kuvaavat tietokoneita ja viivat kuvaavat suoria yhteyksiä. Jokaisella tietokoneella v on osoite eli bittijono $\alpha(v)$. Osoitteen pituus on bittien lukumäärä osoitteessa. Viestiä, joka on tarkoitettu tietokoneelle v , edeltää aina v :n osoite. Kahden samanpituisen osoitteen Hamming-etäisyys $h(\alpha(u), \alpha(v))$ on niiden osoitteen bittien lukumäärä, joissa kyseiset osoitteet eroavat. Esimerkiksi $h(00100, 11101) = 3$.
- Graafi on osoitettavissa oleva (addressable), jos sen pisteille voidaan muodostaa sellainen osoitteisto, missä
- $$d_G(u, v) = h(\alpha(u), \alpha(v)).$$
- Osoita, että jokainen puu $T = (V, E)$ on osoitettavissa oleva ja puun pisteiden osoitteiden pituuksi voidaan valita $|V|-1$.
13. Osoita, että jokainen yhtenäinen graafi G , jolle $\Delta(G) \leq 2$, on polku tai piiri.