

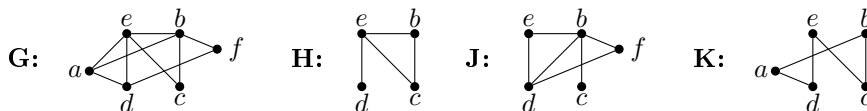
TIETOTEKNIIKAN MATEMATIIKKA

Harjoitus 5 syksy 2021

- Piirrä seuraavat graafit a) K_5 , b) $K_{2,6}$ c) P_7 d) C_7 .
- Piirrä kaikki 5 pistettä ja 4 viivaa sisältävät ei isomorfiset graafit.
- Onko mahdollista piirtää a) 3-säännöllinen 6 pistettä sisältävä graafi, b) 3-säännöllinen 7 pistettä sisältävä graafi. Jos on mahdollista, niin piirrä graafi. Jos ei ole mahdollista, niin perustele miksi ei.
- a) Piirrä alla olevan vieruspistematriisin omaava graafi

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

- b) Hahmottele graafien K_n, C_n ja $K_{m,n}$ vieruspistematriisit. Määrä jokaiselle graafeista K_5, C_4 ja $K_{2,3}$ yksi vieruspistematriisi.
- Tiedonsiirto-ongelma** (Transmitting problem)
Olkoon G graafi, josta saadaan graafi G_s lisäämällä siihen uusi piste s (=lähde) ja viiva pisteestä s jokaiseen graafin G pisteeseen. Jokaisena aikayksikkönä lähde s voi lähettää viestin yhteen G :n pisteeseen ja jokainen viestin jo saanut piste voi välittää viestin kaikille naapureilleen G :ssä. Kuinka monta aikayksikköä $t(G)$ tarvitaan, että jokainen G :n piste on vastaanottanut viestin? Määrä $t(Q_3)$.
- Juhlaan osallistuneista 9 henkilöstä useat tervehtivät toisiaan kopsauttamalla kyynärpäitään yhteen. Onko mahdollista, että jokainen osallistuja tervehti kopsautuksella täsmälleen seitsemää osallistujaa?
- Tarkastellaan alla olevia graafeja.



- Mitkä graafeista ovat G :n aligraafeja? Mitkä niistä ovat G :n indusoituja aligraafeja?
 - Montako 5:n pituista graafin G polkua on pisteestä a pisteeseen f . Mikä on pisin kulku pisteestä a pisteeseen f ?
 - Moniko K :n aligraafeista virittää K :n?
- Tarkastellaan edellisen tehtävän graafia G . Montako 6:n pituista kulkua on pisteestä a pisteeseen f ?
 - Piirrä yksi graafi, joka toteuttaa **kaikki** seuraavat ehdot:
 - Graafissa on täsmälleen 3 komponenttia ja korkeintaan 11 pistettä.
 - Graafi sisältää täsmälleen kaksi pistettä joiden aste on 1.
 - Graafi sisältää aligraafinaan täydellisen graafin K_5 .Määrä piirtämäsi graafin (piirrä erilleen) yhtenäinen indusoitu aligraafi jossa on täsmälleen 4 pistettä.
 - Piirrä graafit a) $P_2 \times P_4$, b) $P_3 \times P_2 \times P_4$ c) $P_2 \times C_3$ d) $K_2 + \overline{K_4}$.
 - Olkoon $\delta(G)$ graafin G pisteiden pienin aste, eli $\delta(G) = \min\{deg_G(v) | v \in V_G\}$. Osoita, että G sisältää $\delta(G)$:n pituisen polun. (Tarkastele graafin G pisintä polua.)