

TIETOTEKNIKAN MATEMATIIKKA

Harjoitus 4 syksy 2021

- Luettele seuraavat joukot alkioitain:
(i) $\{z \in \mathbb{C} \mid z^4 = 5\}$ (ii) $\{x \in \mathbb{Q} \mid x(x^2 - 2)(2x + 3)(x^2 + 9) = 0\}$
(iii) $\{\frac{x}{y} \mid x \in \{0, 1\}, y \in \{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}\}$
 - Kirjoita seuraavat joukot muodossa $\{\text{lauseke} \mid \text{ehto}\}$: (i) $\{-3, 7, -11, 15, -19, 23, \dots\}$
(ii) $\{2, 5, 10, 17, 26, 37, \dots\}$.
- Mitä ehtoja joukkojen M ja N tulee täyttää (kussakin kohdassa erikseen), jotta seuraavat väittämät olisivat tosia a) $M \cup N = M$ b) $M \cap N = M$ c) $M \setminus N = M$ d) $M \setminus N = \emptyset$ e) $M \setminus N = N \setminus M$.
- Kylässä on miespuolinen parturi, joka ajaa niiden ja vain niiden kylän miesten parran jotka eivät aja omaa partaansa. Ajaako parturi oman partansa?
- Olkoot $A = \{-1, 0, 1\}$ ja $B = \{2, 3\}$. Mitkä ovat joukot (i) $A \times B$ (ii) $B \times B$ (iii) $\mathbb{N} \times A$ (iv) $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x \leq 1\} \times \{y \in \mathbb{R} \mid 0 \leq y \leq 3\}$.
 - Televisiokatsojien säännöllisiä katsomistottumuksia tarkasteltiin kolmen televisiosarjan perusteella. Sarjat olivat: Taistelee tartunnan kanssa (=TTK), Piilotetut hetket (=SE) ja Divaanio-menat (=SP). Katsojien joukossa määriteltiin suhde R seuraavasti:
 $(x, y) \in R$ täsmälleen silloin kun katsoja x seuraa täsmälleen samoja sarjoja yllä mainituista sarjoista kuin katsoja y .
Tutki onko R ekvivalenssisuhde katsojien joukossa. Jos on, niin todista, että R on ekvivalenssisuhde, ja määrää suhteen R ekvivalenssiluokat. Jos R ei ole ekvivalenssisuhde, niin perustele miksi ei.
- Olkoon $n \geq 1$ kokonaisluku. Ei-negatiivisille kokonaisluville a ja b on $a = b \pmod n$, jos ja vain jos a :lla ja b :llä on sama jakojäännös luvulla n jaettaessa. Olkoon R suhde ei-negatiivisten kokonaislukujen joukossa, jolle
 - $(a, b) \in R$ jos ja vain jos $a = b \pmod 4$,
 - $(a, b) \in R$ jos ja vain jos $(a = b \pmod 4 \text{ tai } a = b \pmod 6)$.Tutki molemmissa tapauksissa onko R ekvivalenssisuhde ei-negatiivisten kokonaislukujen joukossa. Jos on, niin määrää R :n ekvivalenssiluokat. Jos R ei ole ekvivalenssisuhde, niin perustele miksi ei.
- Olkoon R suhde kokonaislukujen joukossa \mathbb{Z} , jolle
$$(u, v) \in R \text{ täsmälleen silloin kun } u + 3v = 4n \text{ jollakin kokonaisluvulla } n.$$
Osoita, että R on ekvivalenssisuhde joukossa \mathbb{Z} ja määrää suhteen R ekvivalenssiluokat.
- Vanhassa lasten pelissä kaksi pelaajaa valitsee kumpikin yhtäaikaan sovituin käsimerkin joko sakset, kiven tai paperin. Häviöjä saadaan selville seuraavien tietojen perusteella:
 - kivi häviää paperille (paperi peittää kiven)
 - sakset häviävät kivalle (kivi tylsyttää sakset)
 - paperi häviää saksille (sakset leikkaavat paperia)Jos pelaajat valitsivat saman esineen, niin kumpikaan ei hävinnyt. Määritellään joukon $U = \{\text{sakset, kivi, paperi}\}$ suhde R seuraavasti:
$$(X, Y) \in R \text{ täsmälleen silloin kun } X \text{ ei häviä } Y\text{:lle.}$$
Onko suhde R refleksiivinen, symmetrinen, antisymmetrinen ja/tai transitiivinen? Perustele vastauksesi
- Määrää vähintään 10 alkiota sisältävä joukko A ja joukon A sellainen osittainjärjestys \preceq , että järjestyksellä \preceq on joukossa A yhteensä 5 maksimaalista ja minimaalista alkiota, täsmälleen 3 maksimaalista ja täsmälleen 4 minimaalista alkiota. Piirrä määrittämäsi osittainjärjestyksen \preceq järjestykuvio ja merkitse siihen kaikki minimaaliset ja maksimaaliset alkiot. Muodosta myös \preceq :n kanssa yhteensopiva joukon A jonojärjestys.
- Olkoon perusjoukkona U Tietotekniikan matematiikan 1. välikokeeseen syksyllä 2021 ajoissa ilmoit-tautuneet opiskelijat (eli se joukko jonka välikoe tarkastetaan). Määrää jokin joukon U suhde joka on antisymmetrinen ja transitiivinen, mutta ei ole osittainjärjestys.