

TIETOTEKNIIKAN MATEMATIIKKA

Harjoitus 2 syksy 2021

- Osoita resoluutiomenettelyllä (jos mahdollista), että $\{A \vee (B' \wedge C), (A \vee D)'\} \models B'$.
- Osoita resoluutiomenettelyllä (jos mahdollista), että
 - $\{(B \rightarrow C)'\}, F, ((B \wedge C) \rightarrow A) \wedge (C \vee D' \vee F')\} \models A$
 - $\{A \rightarrow (B \rightarrow C), A \vee D, (E \vee D) \rightarrow B\} \models (C' \rightarrow E')$Perustele vastauksesi. Merkitse tarkasti näkyviin resoluutiomenettelyn eri vaiheet.
- Muunna alla oleva päättely symbolimuotoon. Osoita sen jälkeen päättelyn oikeellisuus tai muodosta vastaesimerkki joka osoittaa, että päättely on virheellinen.
Oletukset: Jos menet naimisiin, niin kadut. Jos et mene naimisiin, niin sitäkin kadut.
Johtopäätös: Jos siis menet naimisiin tai olet menemättä, niin joka tapauksessa kadut.
- Olkoon perusjoukkona U kaikki maailman ihmiset. Käytetään seuraavia predikaatteja:
 $M(x) =$ "x käyttää maskia.", $T(x, y) =$ "x haluaa tartuttaa y:n.", $L(x) =$ "x osallistuu luennolle.",
 $E(x) =$ "x pitää koronaetäisyydet.", ja seuraavaa alkioita perusjoukosta LL : "Lauri Luennoija".
Kirjoita lauseet 1)-3) merkkimuotoon
 - "Kukaan ei halua tartuttaa ketään."
 - "Ei ole totta, että jokainen maskia käyttävä luennolle osallistuja haluaa tartuttaa jonkin luennolle osallistujan."
 - "Jos Lauri Luennoija pitää maskia tai pitää koronaetäisyydet, niin luennolla on ainakin yksi maskia käyttävä koronaetäisyydet pitävä osallistuja, jota hän ei halua tartuttaa."
- Olkoon perusjoukkona U kaikki maailman ihmiset. Käytetään seuraavia predikaatteja:
 $V(x) =$ "x haluaa voittaa vaalit", $P(x) =$ "x on presidentti", $S(x, y) =$ "x solvaa y:tä.", $J(x) =$ "x jakaa valtion varoja", $K(x) =$ "x kertoo vaihtoehtoisia totuuksia", ja seuraavia alkioita perusjoukosta D : "Aku" ja "Joe": "Jussi". Kirjoita lauseet a)-c) merkkimuotoon.
 - "Jokainen vaalien voittamista haluava presidentti jakaa valtion varoja."
 - "Aku ei halua voittaa vaaleja, jos on olemassa yksi vaihtoehtoisia totuuksia kertova presidentti jota Aku ei solvaa."
 - "Jos Jussi haluaa voittaa vaalit, niin hän joutuu ainakin yhden vaalien voittamista haluavan vaihtoehtoisia totuuksia kertovan presidentin solvaamaksi."
- Ovatko seuraavat lauseet tosia vai epätosia? a) $\exists x[x^3 = -1]$, $U = \mathbb{Z}$. b) $\forall x[-x < x]$, $U = \mathbb{Z}$ c) $\forall x \exists y(xy = 1)$, $U = \mathbb{Z}$. d) $\forall x[(x \in \mathbb{Z}) \rightarrow (3x \notin \mathbb{Z})]$, $U = \mathbb{R}$.
Perustele vastauksesi.
- Määrää seuraavien lauseiden totuusarvo: 1) $\forall x \exists y(x^y > 9)$, 2) $\exists x \forall y((x - y) < 3)$, kun perusjoukko $U = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$. Perustele vastauksesi.
- Olkoot $P(x, y)$ kaksipaikkainen predikaatti. Onko $(\forall x P(x, x)) \rightarrow (\forall x \forall y P(x, y))$ validi lause? Perustele vastauksesi.
- Kirjoita seuraava predikaattilogiikan lause disjunkttiiviseen ja konjunkttiiviseen Prenex normaalimuotoon.
 $\{\forall x[P(x) \vee Q(x)]\} \rightarrow \{[\forall x P(x)] \vee \forall x Q(x)\}$.