

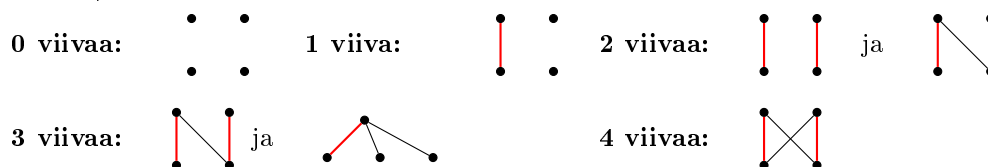
031023P Tietotekniikan matematiikka

2. välikoe 29.10.2020 Ratkaisut

1. a) Piirrä kaikki ei-isomorfiset kaksijakoiset 4 pistettä sisältävät graafit ja merkitse jokaiseen niistä kyseisen graafin maksimisoitus. (3p)

b) Määrittele seuraavat käsitteet ja esitä joka kohdassa vähintään 5 pistettä sisältävä esimerkki, jolle määrität kyseisen käsitteen. **b1)** Graafin orientaatio **b2)** Graafin sovitukseen M liittyvä M -lisäyspolku **b3)** Suunnatun graafin alusgraafi. (1p kukin)

Ratk. a) Seuraavassa punaiset viivat muodostavat maksimisoituksen.



b) Kts. luentomateriaali.

2. a) Pyörä $W_{1,n} = K_1 + C_n$. Määrää pyörän $W_{1,9}$ kromaattinen luku. Perustele vastauksesi. (1p)

b) Hyperkuutio $Q_3 = K_2 \times Q_2$. Määrää hyperkuution Q_3 kromaattinen luku. Perustele vastauksesi. (1p)

c) Määrää säännölliset ilmaisut seuraaville aakkoston $\{a, b, c\}$ kielille.

c1) Kieli sisältää kaikki aakkoston $\{a, b, c\}$ sanat (ja vain ne) jotka eivät pääty sanaan ab . (2p)

c2) Kieli sisältää kaikki aakkoston $\{a, b, c\}$ sanat (ja vain ne) joissa kirjainta c on pariton määrä. (2p)

Ratk. a) $\chi(W_{1,9}) = 4$ **b)** $\chi(Q_3) = 2$ **c)** c1) $\lambda + b + (a + b + c)^*(c + a + bb)$ c2)

3. Tarkastellaan aakkoston $\{a, b, c\}$ kieltä L , joka sisältää täsmälleen kaikki sellaiset aakkoston sanat, joissa esiintyy osasanana sana acb ja joissa ei esiinny osasanana sanaa cc . Toisin sanoen

$L = \{w \mid w \in \{a, c, b\}^*, acb \text{ on sanan } w \text{ osasana ja } cc \text{ ei ole sanan } w \text{ osasana}\}.$

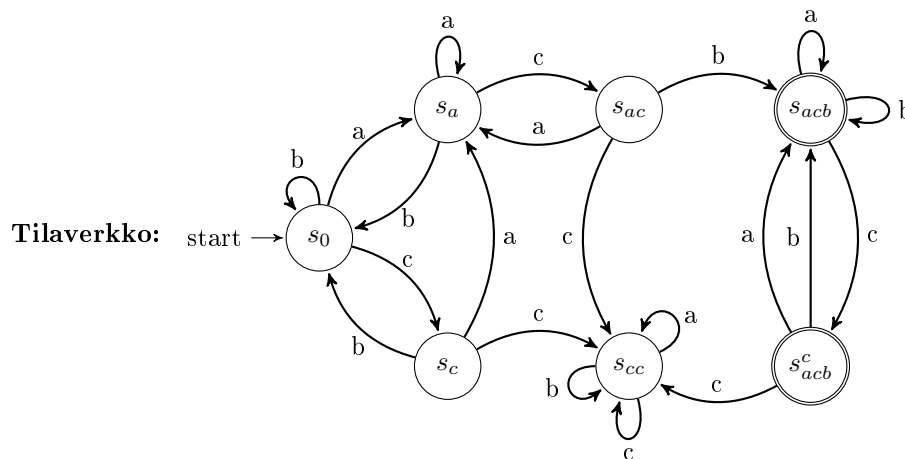
a) Määrää äärellinen deterministinen automaatti, joka hyväksyy kaikki kielen L sanat ja hylkää muut sanat. Piirrä automaatin tilaverkko ja selitä syötöt ja tilat. (3p)

b) Laadi Backus-Naur muotoinen kielioppi, joka tuottaa merkki merkiltä vasemmalta oikealle täsmälleen kaikki kielen L sanat ja vain ne. (3p)

Ratk. a)

Syöttöaakkosto: $\{a, b, c\}$.

Tilalla muistetaan missä kohtaa osasanan acb lukemista ollaan ja onko kirjain c tehty edellisenä kirjaimena. Esimerkiksi tilassa s_{ac} on luettu viimeiseksi sana ac .



b) $\langle s_0 \rangle ::= a\langle s_a \rangle | b\langle s_0 \rangle | c\langle s_c \rangle$
 $\langle s_a \rangle ::= a\langle s_a \rangle | b\langle s_0 \rangle | c\langle s_{ac} \rangle$
 $\langle s_c \rangle ::= a\langle s_a \rangle | b\langle s_0 \rangle$
 $\langle s_{ac} \rangle ::= a\langle s_a \rangle | b\langle s_{acb} \rangle | b$
 $\langle s_{acb} \rangle ::= a\langle s_{acb} \rangle | a | b\langle s_{acb} \rangle | b | c\langle s_{acb}^c \rangle | c$
 $\langle s_{acb}^c \rangle ::= a\langle s_{acb} \rangle | b\langle s_{acb} \rangle | b$

4. Rakenna Turingin kone, joka siirtää sanan w erikoismerkin $\#$ toiselle puolelle. Alussa nauhalla on sana $w\#$, missä sana w on aakkoston $\{0, 1\}$ sana, $w \neq \lambda$ ja lukupää on sanan w vasemmanpuoleisimman merkin kohdalla. Lopussa nauhalla on sana $\#BBBw$ ja lukupää on merkin $\#$ kohdalla. Selitä Turingin koneen tilat, käytettävät symbolit sekä piirrä Turingin koneen tilaverkko.

Ratk. Kts. Harjoitus 10 tehtävä 5.