

TIETOTEKNIIKAN MATEMATIIKKA

Harjoitus 7 syksy 2019

1. Piirrä kaikki ei-isomorfiset 4 tai 5 pistettä sisältävät puut.
2. Juurrettu puu on binääripuu, jos jokaisella pisteellä on korkeintaan 2 lasta. Montako pistettä enintään on k :n korkuisella binääripuulla. Montako lehteä?
3. Tietokoneverkko voidaan esittää graafina, missä pisteet kuvaavat tietokoneita ja viivat kuvaavat suoria yhteyksiä. Jokaisella tietokoneella v on osoite eli bittijono $\alpha(v)$. Osoitteen pituus on bittien lukumäärä osoitteessa. Viestiä, joka on tarkoitettu tietokoneelle v , edeltää aina v :n osoite. Kahden samanpituisen osoitteen Hamming-etäisyys $h(\alpha(u), \alpha(v))$ on niiden osoitteen bittien lukumäärä, joissa kyseiset osoitteet eroavat. Esimerkiksi $h(00100, 11101) = 3$.

Graafi on osoitettavissa oleva (addressable), jos sen pisteille voidaan muodostaa sellainen osoitteisto, missä

$$d_G(u, v) = h(\alpha(u), \alpha(v)).$$

Osoita, että jokainen puu $T = (V, E)$ on osoitettavissa oleva ja puun pisteiden osoitteiden pituudeksi voidaan valita $|V|-1$.

4. Kaukolämpöverkoston runkoputkiston rakentamiskustannukset (miljoonina euroina) 5:n kaupunginosan $\{a, b, c, d, e\}$ välillä arvioitiin seuraavasti: $ab = 1, ae = 2, ac = 4, bd = 2, be = 2, cd = 3, ce = 2, de = 2$. Runkoputkisto alkoi kaupunginosasta a . On selvítettävä miten runkoputkisto voidaan vetää kaikkein edullisimmin jokaiseen kaupunginosaan. Mihin graafiteorian ongelmaan yllä kuvattu ongelma palautuu? Etsi ratkaisu ongelmaan. Onko ratkaisu yksikäsitteinen?
5. Onko graafi $D = (V_D, E_D)$, missä $V_D = \{a, b, c, d, f\}$ ja $E_D = \{af, bc, bd, bf, cb, cf, db, dc, df, fd\}$, yhtenäinen, unilateraalinen tai vahvasti yhtenäinen. Määrää D :n pisteiden tulo- ja lähtöasteet.
6. Määrää hyperkuution Q_3 vahvasti yhtenäinen orientaatio.
7. Suunnattu graafi on asyklinen, jos se ei sisällä suunnattua piiriä. Osoita, että asyklinen suunnattu graafi sisältää pisteen, jonka tuloaste on 0.
8. Olkoon aakkosto $V = \{0, 1\}$. Mitkä seuraavista kielistä sisältävät sanan 01110?
a) $\{0, 1\}^*$ b) $\{01\}\{1\}^*\{10\}$ c) $\{000\}^*\{1\}^*\{0\}^+\{11\}^*\{0\}^*$ d) $\{00\}^*\{10\}^*$ e) $\{\{0\}^*\{1\}^*\{0\}^*\}^+$.
9. Määrää säännölliset ilmaisut seuraaville aakkoston $\{a, b\}$ kielille. Muunna saamasi säännöllinen ilmaisu R sen määräämäksi säännölliseksi kieleksi $L(R)$.
 - a) Sanat, jotka alkavat kirjaimella a ja loppuvat kirjaimen b .
 - b) Sanat, joiden pituus on jaollinen 3:lla.
 - c) Sanat, joissa esiintyy ainakin 2 kirjainta b .
 - d) Sanat, joissa esiintyy pariton määrä kirjainta a .
10. a) Kuuluuko tyhjä sana λ säännöllisen ilmaisun $(a + b)^*ab + (abc)^*$ määrittelemään kieleen? Perustelee vastauksesi!
 - b) Määrää säännöllinen ilmaisu kielelle joka sisältää täsmälleen kaikki ne aakkoston $\{0, 1\}$ sanat, jotka sisältävät osasananaan yhden tai useamman sanoista 000, 111 ja 1001.