

# TIETOTEKNIIKAN MATEMATIIKKA

## Harjoitus 4 syksy 2019

- Luettele seuraavat joukot alkioittain: (i)  $\{x \in \mathbb{R} \mid |x| = 1\}$  (ii)  $\{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 10\}$  (iii)  $\{x \mid x = y^2 \text{ jollakin } y \in \mathbb{Z} \text{ ja } x < 30\}$  (iv)  $\{xy \mid x \in \{-1, 0, 1\}, y \in \{1, 2, 3, 4, \dots\}\}$ . (v)  $\{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 = 2\}$ .
  - Kirjoita seuraavat joukot muodossa  $\{\text{lauseke} \mid \text{ehto}\}$ : (i)  $\{3, 8, 13, 18, \dots\}$   
(ii)  $\{\dots, \frac{1}{81}, -\frac{1}{27}, \frac{1}{9}, -\frac{1}{3}, 1, -3, 9, -27, 81, \dots\}$ .
- Mitä ehtoja joukkojen  $M$  ja  $N$  tulee täyttää (kussakin kohdassa erikseen), jotta seuraavat väittämät olisivat tosia a)  $M \cup N = M$  b)  $M \cap N = M$  c)  $M \setminus N = M$  d)  $M \setminus N = \emptyset$  e)  $M \setminus N = N \setminus M$ .
- Olkoon  $n \geq 1$  kokonaisluku. Ei-negatiivisille kokonaisluville  $a$  ja  $b$  on  $a = b \pmod n$ , jos ja vain jos  $a$ :lla ja  $b$ :llä on sama jakojäännös luvulla  $n$  jaettaessa. Olkoon  $R$  suhde ei-negatiivisten kokonaislukujen joukossa, jolle
  - $(a, b) \in R$  jos ja vain jos  $a = b \pmod 4$ ,
  - $(a, b) \in R$  jos ja vain jos  $(a = b \pmod 4 \text{ tai } a = b \pmod 6)$ .Tutki molemmissa tapauksissa onko  $R$  ekvivalenssisuhde ei-negatiivisten kokonaislukujen joukossa. Jos on, niin määrää  $R$ :n ekvivalenssiluokat. Jos  $R$  ei ole ekvivalenssisuhde, niin perustele miksi ei.
- Olkoot  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  ja  $B = \{1, 2\}$ . Mitkä ovat joukot (i)  $A \times B$  (ii)  $B \times A$  (iii)  $B \times B$  (iv)  $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 1\} \times B$ .
  - Olkoon  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ . Määritellään joukon  $U$  suhde  $R$  seuraavasti:

$$(u, v) \in R \text{ täsmälleen silloin kun } u - v \text{ on tasan jaollinen luvulla } 3.$$

Tutki on  $R$  ekvivalenssisuhde joukossa  $U$ . Jos on, niin määrää  $R$ :n ekvivalenssiluokat. Jos  $R$  ei ole ekvivalenssisuhde, niin perustele miksi ei.

- Kylässä on miespuolinen parturi, joka ajaa niiden ja vain niiden kylän miesten parran jotka eivät aja omaa partaansa. Ajaako parturi oman partansa?
- Määrää vähintään 11 alkioita sisältävä joukko  $A$  ja joukon  $A$  sellainen osittainjärjestys  $\preceq$ , että järjestyksellä  $\preceq$  on joukossa  $A$  täsmälleen 2 maksimaalista ja täsmälleen 4 minimaalista alkioita. Piirrä määrittelemäsi osittainjärjestyksen  $\preceq$  järjestyksukuviota ja merkitse siihen kaikki minimaaliset ja maksimaaliset alkioita. Määrää myös joukon  $A$  osajoukko, jossa määrittelemäsi järjestys on jonojärjestys. Määrää lisäksi osittainjärjestyksesi kanssa yhteensopiva jonojärjestys.
- Olkoon perusjoukkona  $U$  Tietotekniikan matematiikan 1. välikokeeseen syksyllä 2019 ajoissa ilmoittautuneet opiskelijat (eli se joukko jonka välikoe tarkastetaan). Määrää jokin joukon  $U$  suhde joka on antisymmetrinen ja transitiivinen, mutta ei ole osittainjärjestys.
- Vanhassa lasten pelissä kaksi pelaajaa valitsee kumpikin yhtäaikaan sovituin käsimerkin joko sakset, kiven tai paperin. Häviöjä saadaan selville seuraavien tietojen perusteella:
  - kivi häviää paperille (paperi peittää kiven)
  - sakset häviävät kivalle (kivi tylsyyttää sakset)
  - paperi häviää saksille (sakset leikkaavat paperia)Jos pelaajat valitsivat saman esineen, niin kumpikaan ei hävinnyt. Määritellään joukon  $U = \{\text{sakset, kivi, paperi}\}$  suhde  $R$  seuraavasti:

$$(X, Y) \in R \text{ täsmälleen silloin kun } X \text{ ei häviä } Y \text{ :lle.}$$

Onko suhde  $R$  refleksiivinen, symmetrinen, antisymmetrinen ja/tai transitiivinen? Perustele vastauksesi

- Olkoon perusjoukko  $U$  kaikki Oulun yliopiston opiskelijat. Määrittele joukon  $U$  suhde, joka on refleksiivinen, mutta ei ole ekvivalenssisuhde, eikä osittainen järjestys.