

TIETOTEKNIIKAN MATEMATIIKKA

Harjoitus 2 syksy 2019

- Osoita resoluutiomenettelyllä (jos mahdollista), että
a) $\{(C \rightarrow A) \vee (D \rightarrow B), A \rightarrow E, (B \wedge F)', (C \vee E) \wedge (F \rightarrow D), E'\} \models F'$. b) $\{A \vee (B' \wedge C), (A \vee D)'\} \models B'$.
- Osoita resoluutiomenettelyllä (jos mahdollista), että
a) $\{(B \rightarrow C)'\} \models F, ((B \wedge C) \rightarrow A) \wedge (C \vee D' \vee F')\} \models A$
b) $\{A \rightarrow (B \rightarrow C), A \vee D, (E \vee D) \rightarrow B\} \models (C' \rightarrow E')$
Perustele vastauksesi. Merkitse tarkasti näkyviin resoluutiomenettelyn eri vaiheet.
- Muunna alla oleva päättely symbolimuotoon. Osoita sen jälkeen päättelyn oikeellisuus tai muodosta vastaesimerkki joka osoittaa, että päättely on virheellinen.
Oletukset: Jos menet naimisiin, niin kadut. Jos et mene naimisiin, niin sitäkin kadut.
Johtopäätös: Jos siis menet naimisiin tai olet menemättä, niin joka tapauksessa kadut.
- Olkoon perusjoukkona U kaikki maailman ihmiset. Käytetään seuraavia predikaatteja: $P(x)$: "x on pääministeri", $T(x, y)$: "x tukee y:tä", $B(x)$: "x kannattaa kovaa Brexitiä", $K(x)$: "x on konservatiivi", $E(x)$: "x pelkää erottamista", ja seuraavaa alkiota perusjoukosta: J: "Tomson".
Kirjoita lauseet a)-c) merkkimuotoon:
a) Jokainen Tomsonia tukeva on konservatiivi, joka pelkää erottamista tai kannattaa kovaa Brexitiä.
b) Ainakin yksi konservatiivi on itseään tukeva kovaa brexitiä kannattava erottamista pelkäävä pääministeri.
c) Tomson on kovaa Brexitiä kannattava pääministeri, jos yksikin konservatiivi pelkää erottamista.
- Olkoon perusjoukkona U kaikki maailman ihmiset. Käytetään seuraavia predikaatteja: $P(x)$: "x on presidentti", $T(x, y)$: "x tietää y:stä jotain", $S(x, y)$: "x tekee sopimuksia y:n kanssa", $V(x)$: "x kertoo vaihtoehtoisia totuuksia" ja seuraavia alkiota perusjoukosta: D: "Aku" ja Pu: "Tupin".
Kirjoita lauseet a)-c) merkkimuotoon
a) Jokainen vaihtoehtoisia totuuksia kertova presidentti, josta Tupin tietää jotain, tekee sopimuksia Tupinin kanssa.
b) Ei ole totta, että jokainen presidentti tekee sopimuksia jokaisen hänestä jotain tietävän kanssa.
c) Aku tietää itsestään jotain täsmälleen silloin, kun hän ei ole vaihtoehtoisia totuuksia kertova Tupinin kanssa sopimuksia tekevä presidentti.
- Ovatko seuraavat lauseet tosia vai epätosia? a) $\forall x[x \geq -x], U = \mathbb{R}$. b) $\exists x[2x = 3x], U = \mathbb{Z}$ c) $\forall x[(x \in \mathbb{Z}) \rightarrow ((x + 2) \in \mathbb{Z})], U = \mathbb{R}$. d) $\forall x[(x \in \mathbb{Z}) \rightarrow (\frac{x}{2} \in \mathbb{Z})], U = \mathbb{R}$.
- Mitä seuraavat lauseet tarkoittavat, kun perusjoukko $U = \mathbb{R}$? Määrää lauseiden totuusarvo.
a) $\forall x[(x^2 + 1)^2 \geq 1]$, b) $\forall x \forall y[(xy)^2 \geq 1]$ c) $\exists y \forall x[(x = 0) \vee (xy = x)]$ d) $(\exists x[(x \in \mathbb{Z}) \rightarrow (5x \notin \mathbb{N})])'$
- Olkoot $P(x, y)$ kaksipaikkainen predikaatti. Onko $(\forall x P(x, x)) \rightarrow (\forall x \forall y P(x, y))$ validi lause? Perustele vastauksesi.
- Kirjoita seuraava predikaattilogiikan lause disjunkttiiviseen ja konjunkttiiviseen Prenex normaalimuotoon.
 $\{\forall x[P(x) \vee Q(x)]\} \rightarrow \{\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)\}$.