

TIETOTEKNIIKAN MATEMATIIKKA

Harjoitus 1 syksy 2019 Ratkaisut

1. Mitkä seuraavista luonnollisen kielen lauseista ovat lauseita logiikan kannalta?

- a) "Ilmastonmuutos nostaa merenpintaa." b) "Venäjä on demokraattisesti johdettu valtio." c) "Koska SOTE valmistuu?" d) " $x^4 = 16$ (x on reaalityyppi)." "

Ratk. Lauseita logiikan kannalta ovat a) ja b). Muut eivät ole. Lause c) on kysymys. d) Tosi kun $x = 2$, epätosi muulloin. Ei yksikäsitteistä totuusarvoa.

2. Olkoot A, B ja C seuraavat lauseet: A : "Matematiikka on mukavaa" B : "Ulkona sataa," C : "Televisio on rikki". Lauseet seuraavat lauseet merkkimuotoisina.

a) "Ulkona sataa ja televisio ei ole rikki."

b) "Matematiikka ei ole mukavaa silloin, kun televisio ei ole rikki tai ulkona ei sada. "

Ratk.a) $B \wedge C'$ b) $(B' \vee C') \rightarrow A'$.

3. Lause tehtävän 2 lauseiden negaatiot merkkimuotoisena ja luonnollisella kielellä.

Ratk. a) $(B \wedge C)'$ $= B' \vee C'$ "Ulkona ei sada tai televisio on rikki".

b) $((B' \vee C') \rightarrow A)'$ $= ((B' \vee C') \wedge A)'$ $= (B' \vee C') \wedge A$

"Ulkona ei sada tai televisio ei ole rikki, ja matematiikka on mukavaa".

4. Lauseet seuraavat merkkimuotoiset lauseet luonnollisella kielellä, kun kirjaimilla A, B ja C on sama merkitys kuin tehtävässä 2.

a) $A' \rightarrow B$ b) $(A' \wedge B) \leftrightarrow C$.

Ratk. a) "Jos matematiikka ei ole mukavaa, niin ulkona sataa". b) "Televisio on rikki täsmälleen silloin, kun matematiikka ei ole mukavaa ja ulkona sataa."

5. Muodosta totuustaulu seuraaville lauseille. Mitkä lauseista ovat tautologioita? (tautologia = aina tosi lause)

a) $(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \leftrightarrow ((A \wedge B) \rightarrow C)$ b) $[A \rightarrow (B \vee C)] \rightarrow [(A \rightarrow B') \wedge (A \rightarrow C)]$

Ratk. a)

A	B	C	$B \rightarrow C$	$\mathcal{A}_1 = A \rightarrow (B \rightarrow C)$	$A \wedge B$	$\mathcal{A}_2 = (A \wedge B) \rightarrow C$	$\mathcal{A}_1 \leftrightarrow \mathcal{A}_2$
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	E	E	E	T	E	T
T	E	T	T	T	E	T	T
T	E	E	T	T	E	T	T
E	T	T	T	T	E	T	T
E	T	E	E	T	E	T	T
E	E	T	T	T	E	T	T
E	E	E	T	T	E	T	T

b)

A	B	C	$B \vee C$	$\mathcal{A}_1 = A \rightarrow (B \vee C)$	B'	$\mathcal{A}_2 = A \rightarrow B'$	$\mathcal{A}_3 = A \rightarrow C$	$\mathcal{A}_2 \wedge \mathcal{A}_3$	$\mathcal{A}_1 \rightarrow (\mathcal{A}_2 \wedge \mathcal{A}_3)$
T	T	T	T	T	E	E	T	E	E
T	T	E	T	T	E	E	E	E	E
T	E	T	T	T	T	T	T	T	T
T	E	E	E	E	T	T	E	E	T
E	T	T	T	T	E	T	T	T	T
E	T	E	T	T	E	T	T	T	T
E	E	T	T	T	T	T	T	T	T
E	E	E	E	T	T	T	T	T	T

6. Määritellään toimitus \odot oheisella totuustaululla. Määrää lauseen $A \odot B$ kanssa yhtäpitävä lause, missä on käytetty vain toimituksia \rightarrow ja $'$. Osoita lauseen $A \odot B$ ja keksimäsi lauseen yhtäpitävyys totuustaulujen avulla.

A	B	$A \odot B$
T	T	E
T	E	E
E	T	T
E	E	E

Ratk. $A \ominus B = A' \wedge B = (A \vee B')' = (B \rightarrow A)'$.

A	B	$A \ominus B$	$B \rightarrow A$	$(B \rightarrow A)'$
T	T	E	T	E
T	E	E	T	E
E	T	T	E	T
E	E	E	T	E