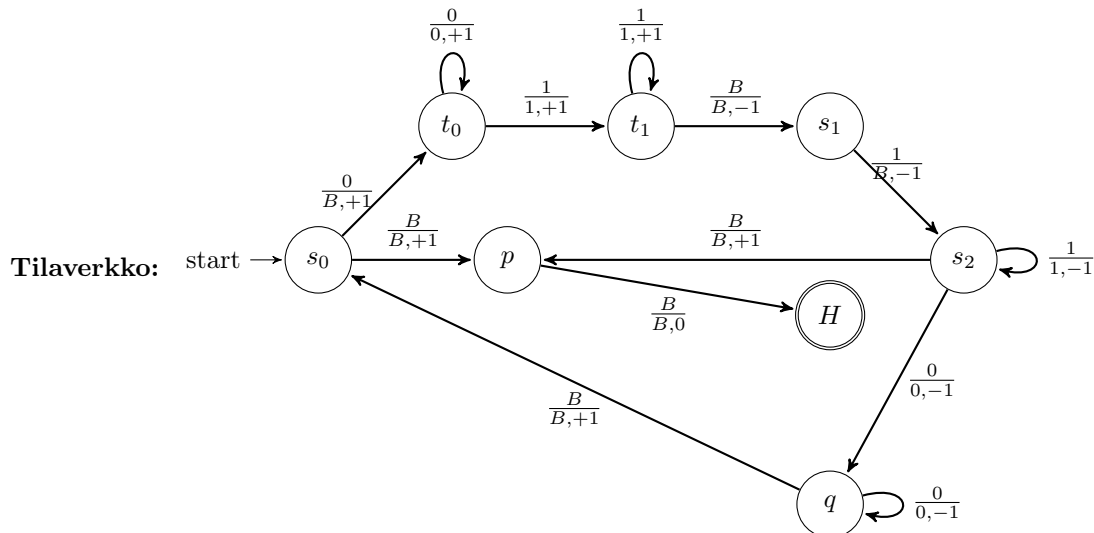


TIETOTEKNIIKAN MATEMATIIKKA

Harjoitus 10 syksy 2019 Ratkaisut

- Rakenna Turingin kone, joka tunnistaa kielen $L = \{0^n 1^n \mid n = 0, 1, 2, \dots\}$, Kun alussa sana $0^n 1^n$ on kirjoitettuna nauhalle ja nauhan lukupää on vasemmanpuoleisimman 0:n kohdalla.

Ratk.

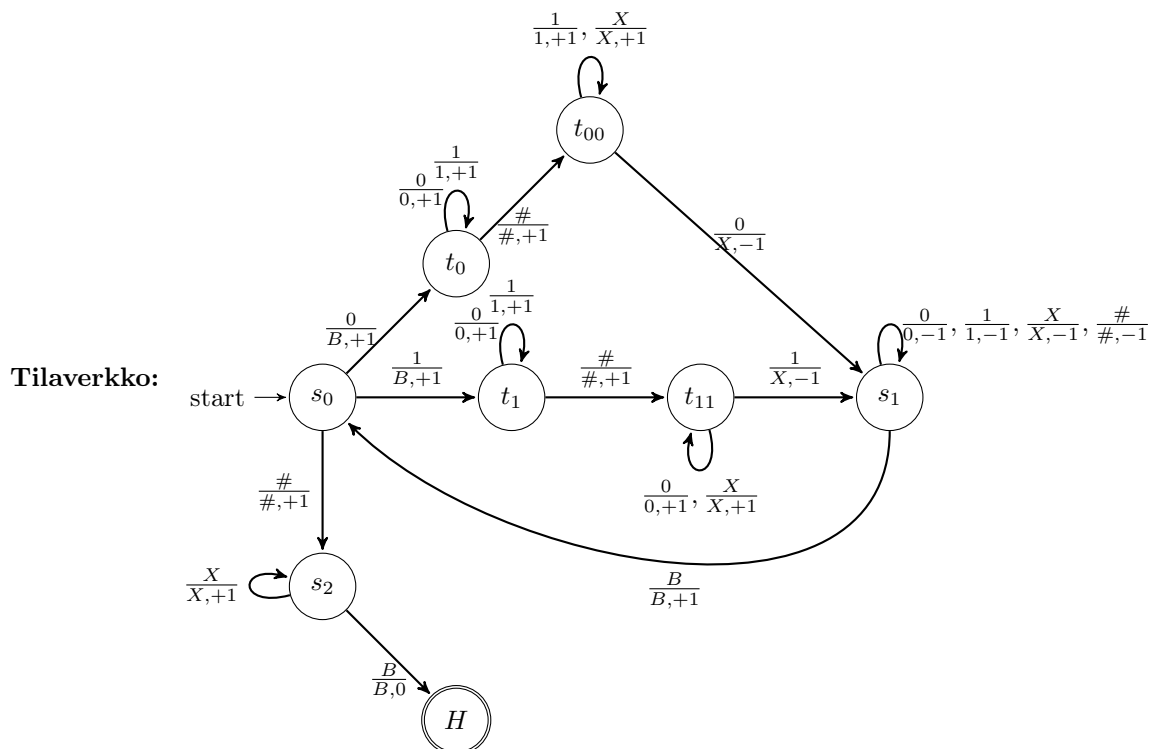


- Kaksi 0, 1 jonoa w_1 ja w_2 kommutoivat, jos molemmissa jonoissa on yhtä monta ykköstä ja nollaa. Esimerkiksi jonot 00101 ja 11000 kommutoivat. Rakenna Turingin kone joka tunnistaa kielen

$$L = \{w_1 \# w_2 \mid w_1, w_2 \in \{0, 1\}^* \text{ ja sanat } w_1 \text{ ja } w_2 \text{ kommutoivat} \},$$

kun alussa sana $w_1 \# w_2$ on kirjoitettuna nauhalle ja nauhan lukupää on kyseisen sanan vasemmanpuoleisimman symbolin kohdalla. Selitä Turingin koneen tilat, käytettävät symbolit sekä piirrä Turingin koneen tilaverkko.

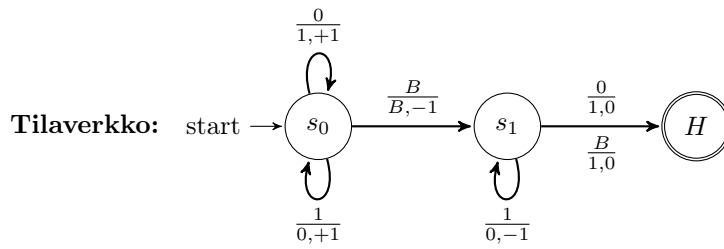
Ratk.



- Rakenna Turingin kone, joka muuntaa nauhalla olevan binääriluvun A komplementiksi A^{**} . Alussa koneen lukupää on binääriluvun vasemmanpuoleisimman merkin kohdalla.

Ratk. Esimerkiksi jos $A = 1010$, niin $A^* = 0101$ ja $A^{**} = A^* + 1 = 0110$

Idea: vaihdetaan bitit vasemmalta oikealle, jolloin nauhalla on A^* . Lisätään 1, jolloin saadaan A^{**}

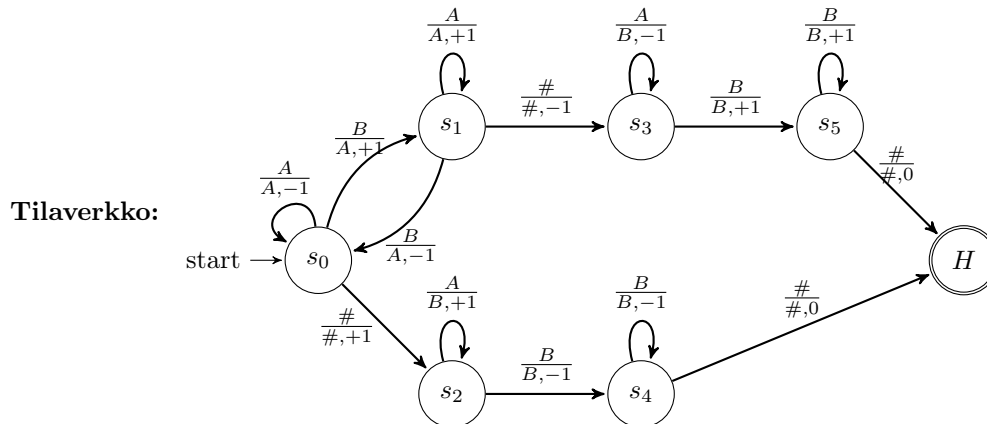


Esimerkiksi

- | | |
|------------------------------|------------------------------|
| 1. $(s_0, \downarrow 1010)$ | 5. $(s_0, 0101\downarrow B)$ |
| 2. $(s_0, 00\downarrow 10)$ | 6. $(s_1, 0101\downarrow)$ |
| 3. $(s_0, 011\downarrow 10)$ | 7. $(s_1, 0100\downarrow)$ |
| 4. $(s_0, 0100\downarrow)$ | 8. $(H, 0110\downarrow)$ |

4. Määrää Turingin kone, joka suorittaa seuraavan etsintätehtävän: Koneen nauhalla on alkutilanteessa jossain solussa merkki #, ja muut solut ovat tyhjiä (=B). Koneen lukupään kohdalla alussa on merkki B ja merkin # sisältävän solun paikkaa ei tiedetä. Kone pysähtyy tilanteeseen, jossa lukupää osoittaa merkin # sisältävään soluun, muiden solujen ollessa tyhjiä. Selitä Turingin koneen tilat, käytettävät symbolit sekä piirrä Turingin koneen tilaverkko.

Ratk. Idea: Etsitään vuorotellen vasemmalta ja oikealta yksi paikka jossa ei ole aikaisemmin käyty (merkitään jo käydyt paikat A:lla). Kun # löydetään, tiedetään kummalla puolella symbolit A esiintyvät. Muutetaan nämä takaisin B:ksi ja palataan merkin # kohdalle.



5. Rakenna Turingin kone, joka liittää kaksi bittijonoa yhteen. Alussa nauhalla on kaksi mielivaltaisen pituista, ei-tyhjää bittijonoa w_1 ja w_2 ja niiden välissä on mielivaltainen määrä, mutta ainakin kaksi tyhjää muistipaikkaa eli nauhalla oleva sana on muotoa $w_1 B^k w_2$, missä $k \geq 2$ ja $w_1, w_2 \in \{0, 1\}^*, |w_i| \geq 1$, kun $i = 1, 2$. Koneen lukupää alussa on sanan w_1 ensimmäisen bitin kohdalla. Lopussa nauhalla on yhdistetty bittijono $w_1 w_2$ ja koneen lukupää on yhdistetyn bittijonon ensimmäisen merkin kohdalla. Selitä Turingin koneen tilat, käytettävät symbolit sekä piirrä Turingin koneen tilaverkko.

Ratk. Idea: Kuljetaan sanan w_1 yli. Muutetaan sanojen välissä olevat B:t merkeiksi #. Siirretään sanaa w_2 vasemmalle aina yksi merkki kerrallaan, kunnes sanat w_1 ja w_2 on yhdistetty. Siirretään lukupää sanan w_1 alkuun.

Tilaverkko:

