031023P Tietotekniikan matematiikka

1. välikoe 1.10.2018

1. **a)** Muodosta yhdistetty lause, joka on epätosi, kun ainakin kaksi alkeislauseista A, B, ja C on epätosia, ja tosi muulloin, ja joka sisältää vain toimituksia $'$, $\wedge$ ja $\vee$. (3p)

   b) Tutki resoluutiomenettelyllä, onko voimassa $\{(B \to C')', F, ((B \wedge C) \to A) \wedge (C \vee D' \vee F')\} \vDash A$. Merkitse tarkasti näkyviin resoluutiomenettelyn eri vaiheet. (3p)

2. **a)** 2-järjestelmän luvut ovat suuruusjärjestyksessä 0 ja 1 ja vastaavasti 16-järjestelmän luvut ovat $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F$. Luku $X = (7AD)_{16}$ ja luku $Y = (BC)_{16}$. Lausu luvut X ja Y 2-järjestelmässä. Käytä alla olevaa muunnostaulukkoa. Laske sen jälkeen erotus $Y - X$ käyttäen vähennyslaskua ilman lainaamista. Laskut on tehtävä 2-järjestelmässä. Kaikki laskut on esitettävä.(3p)

Heksaluvut	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
Binääriluvut	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111

   b) Olkoon perusjoukkona U kaikki maailman ihmiset. Käytetään seuraavia predikaatteja:

   $J(x) =$ "x on puolueen puheenjohtaja", $PM(x) =$ "x haluaa pääministeriksi.", $Nat(x) =$ "x on Svea-liberaalien jäsen.", $S(x, y) =$ "x tekee sopimuksen y:n kanssa", ja seuraavaa alkiota perusjoukosta Å: "Jimmy Å". Kirjoita lauseet b1)-b3) merkkimuotoon (1p kukin).

   b1) "Jokainen pääministeriksi haluava puolueen puheenjohtaja ei tee sopimusta Jimmy Å:n kanssa."

   b2) "Jos Jimmy Å on puolueen puheenjohtaja, niin ainakin yksi pääministeriksi haluava on Svea-liberaalien jäsen."

   b3) "Ei ole totta, että jokainen pääministeriksi haluava joutuu tekemään sopimuksen jokaisen Svea-liberaalien jäsenen kanssa."

3. **a)** Tarkastellaan kaksipaikkaista predikaattia $P(x, y)$. Onko lause $(\forall x P(x, x)) \to (\forall x \forall y P(x, y))$ validi lause? Perustele vastauksesi. (2p)

   b) Vanhassa lasten pelissä kaksi pelaajaa valitsee kumpikin yhtäaikaa sovituin käsimerkin joko sakset, kiven tai paperin. Häviäjä saadaan selville seuraavien tietojen perusteella:
   - kivi häviää paperille (paperi peittää kiven)
   - sakset häviävät kivelle (kivi tylsyttää sakset)
   - paperi häviää saksille (sakset leikkaavat paperia)

   Jos pelaajat valitsivat saman esineen, niin kumpikaan ei hävinnyt.

   Määritellään joukon $A = \{\text{sakset}, \text{kivi}, \text{paperi}\}$ suhde R seuraavasti:

$$(X, Y) \in R \text{ täsmälleen silloin kun } X \text{ei häviä } Y\text{:lle.}$$

   Onko suhde R refleksiivinen, symmetrinen, antisymmetrinen ja/tai transitiivinen ? Perustele vastauksesi (1p kukin).

4. **a)** Piirrä kaikki täsmälleen 4 pistettä ja ainakin 4 viivaa sisältävät ei-isomorfiset graafit. (2p)

   b) Osoita, että vähintään 15 opiskelijan joukko voidaan aina jakaa ryhmiin, joissa jokaisessa on 4 tai 5 opiskelijaa. (4p)

Kaavoja:

Modus Ponens	$\{P, P \to Q\} \vDash Q$	$[P \wedge (P \to Q)] \to Q$
Modus Tollens	$\{P \to Q, Q'\} \vDash P'$	$[(P \to Q) \wedge Q'] \to P'$
Konjunktio	$\{P, Q\} \vDash P \wedge Q$	$(P \wedge Q) \to (P \wedge Q)$
Yksinkertaistus	$\{P \wedge Q\} \vDash P, Q$	$[(P \wedge Q) \to P] \wedge [(P \wedge Q) \to Q]$
Additio	$P \vDash P \vee Q$	$P \to (P \vee Q)$
Ketjusääntö	$\{P \to Q, Q \to W\} \vDash P \to W$	$[(P \to Q) \wedge (Q \to W)] \to (P \to W)$
Disjunktiivinen syllogismi	$\{P \vee Q, P'\} \vDash Q$	$[(P \vee Q) \wedge P'] \to Q$