

031023P Tietotekniikan matematiikka

2. välikoe 31.10.2017

1. a) Määrittele seuraavat käsitteet a) kauppamatkustaja ongelma b) vahvasti yhtenäinen suunnattu graafi c) 3-yhtenäinen graafi (1p kukin).
b) Onko mahdollista konstruoida yhtenäinen graafi, joka sisältää korkeintaan 9 pistettä, täsmälleen yhden irrotuspisteen, täsmälleen 4 siltaa ja ainakin 5 blokkia. Jos on, niin piirrä ehdot täyttävä graafi, johon merkitset kaikki irrotuspisteet, sillat ja blokit. Jos ei ole, niin todista miksi ei. (3p)
2. Mustavalkokuvia digitalisoitaessa kuva jaetaan aluksi vaakaviivoiksi ja sitten vaakaviivat pisteiksi. Tämän jälkeen kukin viiva voidaan esittää piste pisteeltä 0:ista ja 1:istä koostuvina jonoina, missä 1 tarkoittaa mustaa ja 0 valkoista pistettä. Kuvia korjataan (suodattimella) siten, että jokainen osajono 010 (samoin kuin jokainen osajono 101) tulkitaan virheeksi ja keskimäinen merkki korjataan laitosten mukaiseksi (l. osajono 010 muutetaan osajonoksi 000 ja osajono 101 osajonoksi 111). Laadi jonokone, joka tekee yllä kuvatun korjailun (suodatuksen) yksittäistä viivaa kuvaavalle 0:ista ja 1:istä koostuvalla jonolla. Korjauksessa (suodatuksessa) otetaan huomioon vain alkuperäinen jono, jota luetaan merkki merkiltä vasemmalta oikealle. Tulostusjono on yhdellä askeleella viivästetty syöttöjonoon nähden (l. tulostettaessa ensimmäisen syötön tulostukseksi tulee ”ei mitään” ja tämän jälkeen merkkejä siten kuin korjailu määrää). Millaiseksi jonoksi jono 001010101010100000... korjautuu? Toimiiko näin määritely jonokone kaikki virheet poistavasti?
3. Kieli L on aakkoston $\{a, b, c\}$ kieli joka sisältää täsmälleen kaikki ne sanat, joissa esiintyy osasanana sana ab ja sana c .
a) Määrää kielen L määräävä säännöllinen ilmaisu. (2p)
b) Määrää Backus-Naur muotoinen kielioppi, joka tuottaa merkki kerrallaan vasemmalta oikealle täsmälleen kaikki kielen L sanat. (2p)
c) Määrää äärellinen deterministinen automaatti, joka hyväksyy kaikki kielen L sanat ja hylkää muut sanat. Piirrä automaatin tilaverkko ja selitä syötöt ja tilat. (2p)
4. Rakenna Turingin kone, joka muuntaa kahden ei-tyhjän bittijonon välissä olevan erikoismerkin $\#$ kahdeksi tyhjäksi muistipaikaksi. Alussa nauhalla on kaksi mielivaltaisen pituista, ei-tyhjää bittijonoa w_1 ja w_2 ja niiden välissä on merkki $\#$, eli nauhalla oleva sana on muotoa $w_1\#w_2$, missä $w_1, w_2 \in \{0, 1\}^*$, $|w_i| \geq 1$, kun $i = 1, 2$. Koneen lukupää on alussa sanan w_1 ensimmäisen bitin kohdalla. Lopussa nauhalla on yhdistetty bittijono w_1BBw_2 ja koneen lukupää on bittijonon w_1 vasemmanpuoleisimman merkin kohdalla. Selitä Turingin koneen tilat, käytettävät symbolit sekä piirrä Turingin koneen tilaverkko.