031023P Tietotekniikan matematiikka

1. välikoe 2.10.2017

1. **a)** Määritellään toimitus | oheisella totuustaululla. Määrää lauseen $A|B$ kanssa yhtäpitävä lause, missä on käytetty vain toimituksia $\to$ ja $'$. Osoita lauseen $A|B$ ja keksimäsi lauseen yhtäpitävyys totuustaulujen avulla. (3p)

A	B	A | B
T	T	T
T	E	T
E	T	T
E	E	E

b) Tutki resoluutiomenettelyllä, onko voimassa

$$\{(A \to B) \wedge (C' \to B'), (C \wedge A)'\} \models A'$$

Merkitse tarkasti näkyviin resoluutiomenettelyn eri vaiheet. (3p)

2. **a)** 2-järjestelmän luvut ovat suuruusjärjestyksessä 0 ja 1 ja vastaavasti 16-järjestelmän luvut ovat $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F$. Luku $X = (111000111)_2$ ja luku $Y = (1011001)_2$. Lausu luvut X ja Y 16-järjestelmässä. Käytä alla olevaa muunnostaulukkoa. Laske sen jälkeen erotus $X - Y$ käyttäen vähennyslaskua ilman lainaamista. Laskut on tehtävä 16-järjestelmässä. Kaikki laskut on esitettävä. (3p)

Heksaluvut	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
Binääriluvut	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111

b) Olkoon perusjoukkona U kaikki maailman ihmiset. Käytetään seuraavia predikaatteja:

$K(x) =$ "x on kansanedustaja",

$O(x) =$ "x kannattaa 4-juoman myyntiä ruokakaupassa.",

$P(x) =$ "x pelkää putoamista seuraavissa vaaleissa."

Ä$(x) =$ "x on äänestäjä."

$T(x, y) =$ "x tuntee y:n",

ja seuraavaa alkiota perusjoukosta S: "Säpilä".

Kirjoita lauseet b1)-b3) merkkimuotoon (1p kukin).

b1) Ainakin yksi seuraavissa vaaleissa putoamista pelkäävä kansanedustaja ei kannata 4-juoman myyntiä ruokakaupassa.

b2) Jokainen seuraavissa vaaleissa putoamista pelkäävä kansanedustaja, joka tuntee ainakin yhden äänestäjän, kannattaa 4-juoman myymistä ruokakaupassa.

b3) Jos Säpilä tuntee jokaisen äänestäjän, niin hän kannattaa 4-juoman myymistä ruokakaupassa.

3. **a)** Määrää vähintään 10 alkiota sisältävä joukko A ja joukon A sellainen osittainjärjestys $\preceq$, että järjestyksellä $\preceq$ on joukossa A täsmälleen 3 minimaalista ja täsmälleen 4 maksimaalista alkiota. Piirrä määrittelemäsi osittainjärjestyksen $\preceq$ järjestyskuvio ja merkitse siihen kaikki minimaaliset ja maksimaaliset alkiot. (3p)

b) Piirrä **b1)** graafi $C_5 \times P_2$ **b2)** graafi $K_{2,3} + K_2$ **b3)** 5 pistettä sisältävä graafi, jossa on täsmälleen 2 komponenttia. (1p kukin)

4. **a)** Piirrä kaikki 5 pistettä ja 4 viivaa sisältävät ei-isomorfiset graafit. (2p)

b) Hyperkuutio Q_n määritellään rekursiivisesti seuraavasti:

(i) $Q_1 = K_2$ (ii) $Q_n = K_2 \times Q_{n-1}$ aina kun $n = 2, 3, \ldots$.

Graafin avulla voidaan esittää n:n pituiset bittijonot, jos graafin pisteet voidaan nimetä niin, että jokainen n:n pituinen bittijono on täsmälleen yhden pisteen nimi ja kaksi pistettä ovat vieruspisteitä täsmälleen silloin kun pisteiden nimet eroavat täsmälleen yhden bitin verran. **b1)** Esitä 3:n pituiset bittijonot Q_3:sen avulla.(1p) **b2)** Osoita tulos:

n:n pituiset bittijonot voidaan esittää hyperkuution Q_n avulla aina kun $n = 1, 2, \ldots$. (3p)

Kaavoja:

Modus Ponens	$\{P, P \to Q\} \models P$	$[P \wedge (P \to Q)] \to P$
Modus Tollens	$\{P \to Q, Q'\} \models P'$	$[(P \to Q) \wedge Q'] \to P'$
Konjunktio	$\{P, Q\} \models P \wedge Q$	$(P \wedge Q) \to (P \wedge Q)$
Yksinkertaistus	$\{P \wedge Q\} \models P, Q$	$[(P \wedge Q) \to P] \wedge [(P \wedge Q) \to Q]$
Additio	$P \models P \vee Q$	$P \to (P \vee Q)$
Ketjusääntö	$\{P \to Q, Q \to W\} \models P \to W$	$[(P \to Q) \wedge (Q \to W)] \to (P \to W)$
Disjunktiivinen syllogismi	$\{P \vee Q, P'\} \models Q$	$[(P \vee Q) \wedge P'] \to Q$