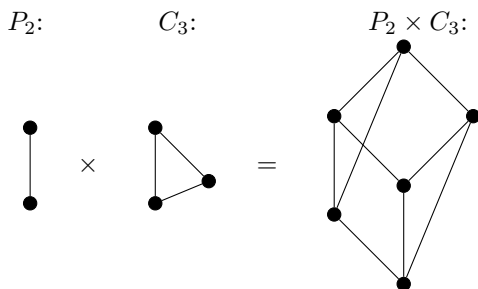


# 031023P Tietotekniikan matematiikka

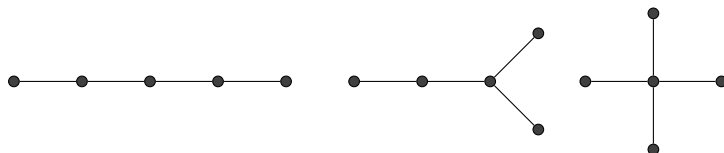
2. välikoe 24.10.2016

1. a) Piirrä graafi  $P_2 \times C_3$ . (1p)
- b) Piirrä kaikki ei-isomorfiset 5 pistettä sisältävät puut. (2p)
- c) Piirrä graafi  $G$ , jolle  $\kappa(G) = 3$ ,  $\lambda(G) = 5$  ja  $\delta(G) = 5$ , missä  $\kappa(G)$  tarkoittaa graafin (piste)yhtenäisyyttä (connectivity),  $\lambda(G)$  viivayhtenäisyyttä (line-connectivity) ja  $\delta(G)$  on graafin pisteiden pienin aste (=degree). (3p)

**Ratk. a)**



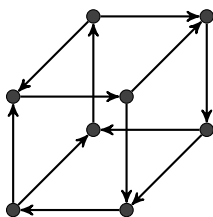
b)



c) Kts. samanlainen tehtävä Harjoitus 6 tehtävä 9.

2. a) Määrää hyperkuution  $Q_3$  vahvasti yhtenäinen orientaatio. (2p)
- b) Kuuluuko tyhjä sana  $\lambda$  säännöllisen ilmaisun  $(a+b)^*ab+(abc)^*$  määrittelemään kieleen? Perustele vastauksesi! (2p)
- c) Määrää säännöllinen ilmaisu kielelle joka sisältää täsmälleen kaikki ne aakkoston  $\{0,1\}$  sanat, jotka sisältävät osasananaan yhden tai useamman sanoista 000, 111 ja 1001. (2p)

**Ratk. a)**

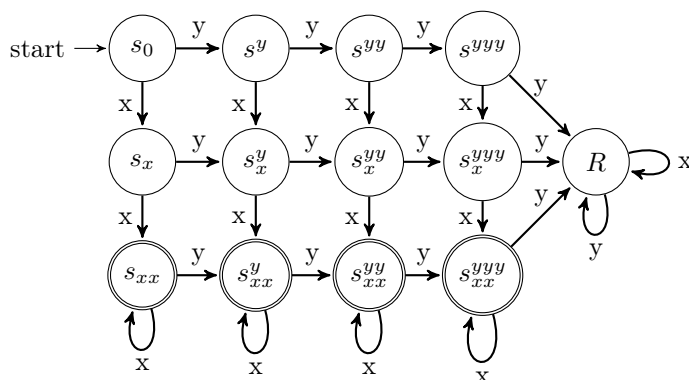


- b) Tyhjä sana kuuluu ilmaisun  $(abc)^*$  määrittelemään kieleen, joten se kuuluu myös ilmaisun  $(a+b)^*ab+(abc)^*$  määrittelemään kieleen.
- c) Eräs ratkaisu:  $(0+1)^*(000+111+1001)(0+1)^*$

3. Määrää äärellinen deterministinen automaatti, joka hyväksyy kaikki ne aakkoston  $\{x, y\}$  sanat joissa esiintyy ainakin kaksi  $x$  kirjainta ja korkeintaan kolme  $y$  kirjainta, ja hylkää muut sanat. Piirrä automaatin tilaverkko ja selitä syötöt ja tilat.

**Ratk.** Syötöt:  $\{x, y\}$ . Tilalla muistetaan montako merkkiä  $x$  ja montako merkkiä  $y$  on luettu ja onko virhe tapahtunut.

**Tilaverkko:**



4. Rakenna Turingin kone, joka liittää kaksi bittijonoa yhteen. Alussa nauhalla on kaksi mielivaltaisen pituista, ei-tyhjää bittijonoa  $w_1$  ja  $w_2$  ja niiden välissä on mielivaltainen määrä, mutta ainakin kaksi tyhjää muistipaikkaa eli nauhalla oleva sana on muotoa  $w_1 B^k w_2$ , missä  $k \geq 2$  ja  $w_1, w_2 \in \{0, 1\}^*$ ,  $|w_i| \geq 1$ , kun  $i = 1, 2$ . Koneen lukupää alussa on sanan  $w_1$  ensimmäisen bitin kohdalla. Lopussa nauhalla on yhdistetty bittijono  $w_1 w_2$  ja koneen lukupää on yhdistetyn bittijonon ensimmäisen merkin kohdalla. Selitä Turingin koneen tilat, käytettävät symbolit sekä piirrä Turingin koneen tilaverkko.

**Ratk. Idea:** Kuljetaan sanan  $w_1$  yli. Muutetaan sanojen välissä olevat  $B$ :t merkeiksi  $\#$ . Siirretään sanaa  $w_2$  vasemmalle aina yksi merkki kerrallaan, kunnes sanat  $w_1$  ja  $w_2$  on yhdistetty. Siirretään lukupää sanan  $w_1$  alkuun.

