OULUN YLIOPISTO Tietojenkäsittelytieteiden laitos

Tietorakenteet ja algoritmit 811312A 27.5.2013

Tenttitulokset tulevat viimeistään tiistaina 18.6.2013

1. Vastaa seuraaviin kysymyksiin:

a) Esitä mitä määritelmän mukaan tarkoittaa merkintä $f(n) \in \Theta(n^2)$. (2p)

b) Onko $f(n) \in \Theta(n^2)$, kun

1) $f(n) = 2n^2$,(2p)

2) $f(n) = n^3-2n+1$? (2p)

Perustele vastauksesi.

2. Seuraava algoritmi laskee syötteenä saamansa taulukon alkioiden keskiarvon. Todista algoritmi oikeaksi.

```
Syöte: Taulukko A[1,..,n], n >= 1
Tuloste: Taulukon alkioiden summa

SUMMA(A)
     s = 0
     i = 1
     ka = 0
     while i <= n do
         s = s+A[i]
         i = i+1
     ka = s/n
     return ka
```

3. . Tee seuraavat kohdat (2p jokaisesta).

a) Taulukon alkiot ovat suuruusjärjestyksessä suurimmasta pienimpään. Onko taulukko maksimikekojärjestyksessä?

b) Taulukossa A[1, …, 10] on alkiot [23, 17, 14, 6, 13, 10, 1, 5, 8, 11]. Onko taulukko maksimikekojärjestyksessä?

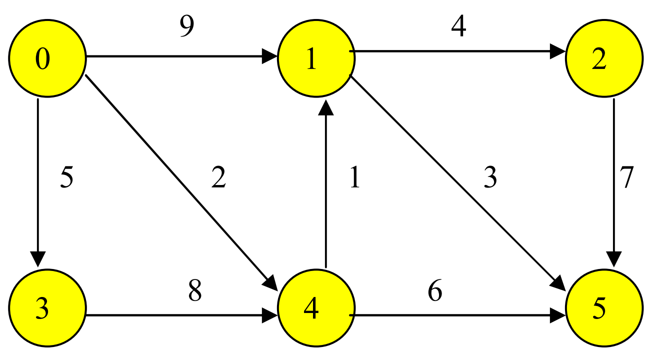
c) Osoita, että keon korkeus $h = \lfloor \log_2 n \rfloor$, kun keossa on n solmua.

4. Määritä optimaalinen Huffmanin koodi seuraavalle aakkosten a, b, c, d, e, f frekvenssijonolle a:40, b:9, c:11, d:14, e:18, f:8 (yhteensä 100 merkkiä). Kuinka monta bittiä säästyy verrattuna siihen, että jokainen aakkonen esitetään kolmella bitillä?

KÄÄNNÄ PAPERI

5. Valitse seuraavista kohdista (A, B) toinen ja esitä ratkaisu.

A. Suunnatussa verkossa G = (V, E) on solmujen joukko V = {a, b, c, d, e, f, g} ja välien joukko E = { (a, b), (a, d), (a, g), (b, c), (b, d), (c, b), (c, e), (d, f), (e, g), (f, g), (g, d), (g, e) }. Esitä verkolle transponoitu verkko ja määritä verkon vahvasti yhtenäiset komponentit.



B. Esitä vaihe vaiheelta miten Dijkstran algoritmi käsittelee kuvion verkolle taulukoita D ja π, joukkoa S sekä ”rakentaa” lyhimpien polkujen suunnattua puuta, kun se määrittää lyhimmät polut kaikkiin muihin solmuihin solmusta 0.

Syöte: Positiivisia reaalilukuarvoja saavalla funktiolla w: R → R painotettu suunnattu verkko G = (V,E).
Tuloste: Kaikkien solmujen lyhimmät etäisyydet solmusta s ovat etäisyystaulukossa D ja edeltäjät lyhimmistä poluista taulukossa π.

```
DIJKSTRA(G,w,s)
  INITIALIZE-SINGLE-SOURCE(G,s)
  S = ∅
  Q = V[G]   // V[G] on verkon G solmujen joukko V
  while Q ≠ ∅ do
     u = EXTRACT-MIN(Q)
     S = S ∪ {u}
     for each vertex v ∈ Adj[u] do
             RELAX(u,v,w)

INITIALIZE-SINGLE-SOURCE(G,s)
    for each vertex v ∈ V[G] do
        D[v] = ∞
        π[v] = NIL
    D[s] = 0

RELAX(u,v,w)
    if D[v] > D[u] + w(u,v) then
        D[v] = D[u] + w(u,v)
        π[v] = u
```