

Tietorakenteet ja algoritmit 811312A 14.1.2013

Tenttitulokset tulevat viimeistään tiistaina 5.2.2013

1. a) Onko $f(n) \in O(n^3)$ tai $f(n) \in \Theta(n^3)$, kun $f(n) = 4n^3 + 3$.
 b) Keksi mahdollisimman yksinkertainen vertailufunktio g niin, että $f(n) \in O(g(n))$, kun $f(n) = 2n \log(n) - 8n$.
 Perustele vastauksesi määritelmiin nojautuen.
2. Seuraavaa lisäslajittelua voidaan käyttää pienten taulukoiden lajitteluun.
 - a) Mitkä ovat ulomman ja sisemmän silmukan tehtävät.
 - b) Todista algoritmi oikeaksi tai määritä sen kompleksisuus.

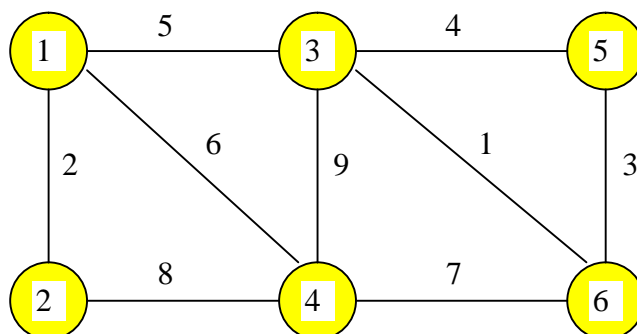
Syöte: Taulukko $A[1, \dots, n]$, $n \geq 1$ **Tuloste:** Taulukon luvut järjestyksessä $A[1] \leq \dots \leq A[n]$

```

LISAYS(A)
1.   for j = 2 to n
2.     k = A[j]
3.     i = j-1
4.     while i >= 1 && A[i] > k
5.       A[i+1] = A[i]
6.       i = i-1
7.     A[i+1] = k
8.   return

```

3. Suuntaamaton verkko $G = (V, E)$, missä solmujen joukko $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ja välien joukko $E = \{(1,2), (1,4), (2,4), (3,1), (3,4), (3,6), (4,6), (5,3), (5,6)\}$.
 - a) Esitä verkkoa G vastaava suunnattu verkko $G' = (V', E')$ kuviolla, vierusmatriisilla ja vieruslistalla.
 - b) Muodosta sellainen suunnatun verkon G' aliverkko H , jolle $V^H = V'$ ja välit ovat kaikki ne E' :n välit, jotka kuuluvat relaatioon $R = \{(a,b) \in V' \times V' \mid a \leq b/2\}$. Piirrä aliverkko H .
4. Esitä vaihe vaiheelta kuinka kuvion verkolle saadaan minimivirittävä puu käyttäen
 - a) Kruskalin algoritmia
 - b) Primin algoritmia, kun sille lähtösolmuna on solmu 4.



KÄÄNNÄ PAPERI

5. Valitse seuraavista kohdista (A, B) toinen ja esitä ratkaisu.

A) Oletetaan, että binääriseen etsintäpuuhun on tallennettu kokonaislukuja väliltä 1..1000. Etsitään lukua 384 alla mainituista hakujonoista (a, b), jotka on esitetty solmujen arvojen avulla. Esitä jokaisen solmun jälkeen lukuväli, josta etsintää voidaan jatkaa. Mitkä hakujonoista (a, b) eivät voi olla luvun 384 etsintäjonoja?

a) 202, 911, 240, 511, 345, 384.

b) 2, 399, 211, 380, 301, 278, 384.

Apuna voit käyttää piirtämistä!

B) Etsi algoritmin BELLMAN_FORD avulla jokin ratkaisu seuraaville erotusepäyhtälöille tai osoita, että ratkaisua ei ole olemassa. Lähtösolmuna on virtuaalinen solmu s, jonka etäisyys kaikkiin muihin solmuihin on 0.

$$x_1 - x_2 \leq 4,$$

$$x_2 - x_4 \leq -6,$$

$$x_3 - x_4 \leq -8,$$

$$x_4 - x_1 \leq 3,$$

$$x_4 - x_3 \leq 10,$$

$$x_3 - x_2 \leq -4,$$

$$x_1 - x_3 \leq 5.$$

Input: Painotettu suunnattu verkko G, painoarvofunktio w ja lähtösolmu s.

Output: Tieto negatiiviarvoisesta syklistä tai, jos sellaista ei ole, taulukossa d lyhimpien polkujen pituudet lähtösolmusta s muihin saavutettaviin solmuihin.

BELLMAN_FORD(G, w, s)

1. INITIALIZE_SINGLE_SOURCE(G, s)
2. for i = 1 to |G.V|-1
3. for each edge (u, v) ∈ G.E
4. RELAX(u, v, w)
5. for each edge (u, v) ∈ G.E
6. if d[v] > d[u] + w(u, v)
7. return FALSE
8. return TRUE