Tilastollinen Signaalinkäsittely, 2. välikoe 28.4.2017

1. Vastaa lyhyesti seuraaviin kysymyksiin:

   (a) Mikä on Neyman-Pearson testi?

   (b) Mikä arvo minimoidaan MS-estimoinnissa?

   (c) Mitä eroa on Kalman-suodattimella (KF) ja laajennetulla Kalman-suodattimella (EKF)? (3 p)

2. Oletetaan, että tunnetaan mittaus z joka on tasajakautunut, ja jolle on muodostettu kaksi hypoteesia

$$\mathrm{H}_0 : z \sim U\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$$
$$\mathrm{H}_1 : z \sim U(0, 2)$$

   Oletetaan, eri päätösten kustannukset olevan $C_{00} = C_{11} = 0, C_{01} = 2$ ja $C_{10} = 1$. Lisäksi tiedetään, että $P(H_0) = 0.5$.

   (a) Muodosta likelihoodsuhde $L(H_1, H_0|z)$ (2 p)

   (b) Laske optimaalinen kynnys η Bayesin kriteerin mukaan. (2 p)

3. Virhesietoisuuden parantamiseksi käytetään symbolien A, B, C ja D koodaamiseen seuraavaa binääristä koodikirjaa:

Symboli	Koodi
A	00 00 00
B	00 11 10
C	11 10 00
D	11 01 10

   Lähetetty bittijono on $\theta \in Koodi$, ja vastaanotettu 6-bittinen jono on $r \in \{0,1\}^6$. Merkitään z:llä virhellisten bittien määrä jonossa r.

   (a) Oletetaan, että bittijonossa r olevat bitit ovat tilastollisesti riippumattomia toisistaan. Todennäköisyys, että yksi bitti on virhellinen on 0.1. Määritä tödennäköisyys $P(z|\theta)$, että r sisältää z virhettä.
   Vihje: Onnistuneiden toistokokeiden lukumäärä k noudattaa binomijakaumaa

$$P(k) = \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k}$$

   missä p on yhden toistokokeen onnistumisen todennäköisyys, ja N on toistokokeiden lukumäärä. (1 p)

   (b) Muodosta ML-estimaatti $\hat{\theta}_{ML}$ lähetetylle bittijonolle olettaen, että vastaanotettu bittijono on $r = 011001$. (2 p)

   (c) Oletetaan, että lähetetyt symbolit noudattavat seuraavaa *a-priori* jakaumaa:

$$P(X) = \begin{cases} 9/16 & ; X = A \\ 3/16 & ; X = B \\ 1/16 & ; X = C \\ 3/16 & ; X = D \end{cases}$$

   ja vastaanotettu bittijono r on sama kuin edellisessä tehtävässä. Määritä $\hat{\theta}_{MAP}$. (2 p)