

# Tilastollinen Signaalinkäsittely, 1. välikoe 7.4.2017

1. Vastaa lyhyesti:

- (a) Mikä on singulaariarvohajotelma ja kuinka sitä voidaan käyttää LS-estimoinnissa?
- (b) Milloin on hyödyllistä käyttää kovarianssimuotoista rekursiivista WLS-estimaattoria informaatiomuodon sijasta?
- (c) Miten mittauskohinan voimakkuuden vaihtelu otetaan huomioon BLU-estimoinnissa? (3 p)

2. Kohteen paikka  $x(t)$ , missä  $x(t)$  on reaalityyppinen, mitataan anturilla ajanhetkillä  $t$ . Oletetaan, että mittaukset noudattavat mallia

$$x(t) = p + vt + w(t),$$

Paikan mittaustulokseen vaikuttaa nollakeskiarvoinen i.i.d. kohina, jonka varianssi on  $\sigma^2$ .

- (a) Muodosta geneerinen lineaarinen malli ja estimoi paikka  $p$  ja nopeus  $v$  LS-estimoinnilla kolmelta peräkkäiseltä ajanhetkeltä  $t = -1, 0, 1$  olettaen vakionopeus. (1 p)
- (b) Kuinka paljon paikkaestimaatin virheen varianssi tippuu mittauksen varianssista? (2 p)  
*Vihje:*  $\text{cov}(\hat{\theta}_{LS}) = \sigma^2(H^T H)^{-1}$
- (c) Mikä on nopeusestimaatin virhevarianssi? (2 p)

3. Käytetään estimaattoria

$$\hat{\theta}(N) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N z_k$$

missä  $z_1, \dots, z_N$  ovat tilastollisesti riippumattomat mittaukset, ja lisäksi tiedetään, että  $E\{z_k\} = \theta - 2^{-k}$ , ja  $\text{Var}\{z_k\} = 2^{-k}$

- (a) Onko estimaattori harhaton? (2 p)  
*Vihje:*  $\sum_{k=1}^N 2^{-k} = 1 - 2^{-N}$
- (b) Onko estimaattori konsistentti? (2 p)