Signaalianalyysi 031080A

Harjoitus 6 syksy 2024

(**e**): esikotitehtävä, josta saa pisteitä
(**p**): tuntitehtävä, josta saa pisteitä
(**n**): normaali tuntitehtävä, josta ei saa pisteitä

1.-2. (**e**) Tee STACK-tehtävät hyväksytysti keskiviikkoon 4.12. klo 23.59 mennessä ja näytä paperilla harjoituksissa saadaksesi pisteet.

3. (**p**) Olkoon $Y(t) = (1 + X(t))\cos(2\pi t + \Theta)$, missä $\Theta \sim \mathrm{U}(0, 2\pi)$. $X(t)$ on Θ:sta riippumaton satunnaissignaali, jonka odotusarvofunktio on $E[X(t)] = 0$ ja autokorrelaatiofunktio on $R_X(\tau) = \mathrm{tri}(\tau)$. Laske $Y(t)$:n odotusarvofunktio, autokorrelaatiofunktio ja määrää $Y(t)$:n keskimääräinen teho. Onko $Y(t)$ stationaarinen?

   Ratkaise jompi kumpi tehtävistä 4.a ja 4.b.

4.a (**p**) Olkoon $W(t)$ Wiener-prosessi luentojen esimerkeissä 5.4 ja 5.7 ja $X(t) = W(t) - tW(1)$, kun $t \geq 0$. Määrää signaalin $X(t)$ autokorrelaatiofunktio $R_X(t_1, t_2)$ kun $0 \leq t_1 \leq t_2 \leq 1$.

4.b (**p**) Aikadiskreetin satunnaissignaalin $X[n]$ odotusarvofunktio on $\mu_X[n] = \mu$ ja autokorrelaatiofunktio on $R_X[n, n+m] = R[m]$. Muodostetaan uusi signaali $Y[n] = X[n-1] + c$, missä c on vakio.

   (a) Tutki onko $Y[n]$ stationaarinen laskemalla sen odotusarvofunktio ja autokorrelaatiofunktio $R_Y[n, n+m]$.

   (b) Ovatko $X[n]$ ja $Y[n]$ yhteisstationaariset?

5. (**n**) Olkoon $A(t)$ ja $B(t)$ riippumattomia, nollaodotusarvoisia stationaarisia satunnaissignaaleja, joilla on sama autokorrelaatiofunktio $R_A(\tau) = R_B(\tau) = e^{-|\tau|}$.

   (a) Tutki ovatko signaalit $X(t) = A(t)\sin t$ ja $Y(t) = B(t)\cos t$ stationaarisia.

   (b) Laske ristikorrelaatiofunktio $R_{XY}(t, t+\tau)$. Ovatko $X(t)$ ja $Y(t)$ yhteisstationaariset?

   (c) Tutki onko signaali $Z(t) = X(t) + Y(t)$ stationaarinen.

6. (**n**) Tarkastellaan stationaarisen aikadiskreetin satunnaissignaalin $X[n]$ aikakeskiarvoa

$$Y[n] = \frac{1}{n}\sum_{n=1}^{n} X[n].$$

   Olkoon $X[n]$ jono riippumattomia satunnaismuuttujia, joiden odotusarvo on $\mu = 0$ ja varianssi σ^2. Määrää satunnaissignaalin $Y[n]$ odotusarvo- ja autokorrelaatiofunktio sekä varianssi $D^2(Y[n])$.