

# Signaalianalyysi 031080A

## Harjoitus 7 syksy 2023

(e): esikotitehtävä, josta saa pisteitä ja joka tehdään stackissa

(p): tuntitehtävä, josta saa pisteitä

(n): normaali tuntitehtävä, josta ei saa pisteitä

1.-2. (e) Tee STACK-tehtävät hyväksytysti keskiviikkoon 13.12. klo 23.59 mennessä ja näytä paperilla harjoituksissa saadaksesi pisteet.

3. (p) Olkoon  $X(t)$  nollaodotusarvoinen stationaarinen signaali, jonka autokorrelaatiofunktio on  $R_X(\tau) = e^{-3|\tau|}$ . Signaali  $X(t)$  on herätteenä LTI-systeemissä, jolloin vasteen autokorrelaatiofunktio on  $R_Y(\tau) = 3e^{-|\tau|}$ .

(a) Määää systeemin amplitudivaste.

(b) Oletetaan, että systeemi ja sen käänteissysteemi (jonka taajuusvastefunktio on  $1/H(f)$ ) ovat kausaalisia. Määää systeemille jokin mahdollinen impulssivaste. Onko ratkaisusi yksikäsitteinen?

4.(p) Signaalia  $X[n]$  sanotaan ARMA( $p,q$ )-signaaliksi (autoregressive moving average), jos se on differenssiyhtälöllä

$$X[n] + a_1X[n-1] + \dots + a_qX[n-q] = b_0W[n] + b_1W[n-1] + \dots + b_pW[n-p]$$

määritellyn systeemin vaste valkoiseen kohinaan  $W[n]$ , jonka varianssi on  $\sigma^2$ .

Olkoon  $X[n]$  ARMA(1,1)-signaali ja  $b_0 = 0$ ,  $b_1 = \frac{1}{2}$  ja  $a_1 = -\frac{1}{2}$ . Määää kyseisen systeemin siirtofunktio  $H(z)$  ja taajuusvastefunktio  $H(\omega)$ . Määää signaalin  $X[n]$  tehotiheyspektri ja autokorrelaatiofunktio. Millä kulmataajuuksilla tehoa on eniten?

5. (n) (a) Määää sellainen kausaalinen LTI-systeemi, jolla voidaan generoida satunnaissignaali  $Y(t)$ , jonka tehotiheyspektri on

$$S_Y(f) = \frac{8}{100 + 4\pi^2 f^2},$$

käyttämällä herätteenä valkoista kohinaa, jonka tehotiheys on 2. Määää systeemin taajuusvastefunktio  $H(f)$  ja impulssivaste  $h(t)$ .

(b) Määää sellainen kausaalinen LTI-systeemi, jonka vaste on valkoista kohinaa tehotiheydellä 1, kun herätteen  $X(t)$  tehotiheyspektri on

$$S_X(f) = 1 + \frac{11}{25 + 4\pi^2 f^2}.$$

Anna systeemin taajuusvastefunktio  $H(f)$  ja impulssivaste  $h(t)$ . Ohje: kirjoita aluksi herätteen tehotiheyspektri muodossa  $S_X(f) = G(f)\overline{G(f)}$ , missä  $1/G(f)$  on kausaalisen systeemin taajuusvastefunktio.

6. (n) Olkoon harjoituksen 4 tehtävän 4 LTI-systeemissä  $M = \frac{2}{3}$ ,  $a = \frac{1}{3}$ . Olkoon edelleen herätteenä diskreettiä valkoista kohinaa, joka noudattaa normaalijakaumaa  $N(0, \sigma^2)$ . Määää vasteen tehotiheyspektri ja autokorrelaatiofunktio. Määää myös herätteen ja vasteen ristitehotiheyspektri ja ristikorrelaatiofunktio.