

Signaalianalyysi 031080A

Harjoitus 6 syksy 2023

- (e): esikotitehtävä, josta saa pisteitä
(p): tuntitehtävä, josta saa pisteitä
(n): normaali tuntitehtävä, josta ei saa pisteitä

- 1.-2. (e) Tee STACK-tehtävät hyväksytysti keskiviikkoon 6.12. klo 23.59 mennessä ja näytä paperilla harjoituksissa saadaksesi pisteet.
3. (p) Olkoon signaali $X(t)$ binääristä kohinaa (ks. luennot), jonka mahdolliset arvot ovat 1 ja -1 . Signaalin odotusarvofunktio on $\mu_X(t) \equiv 0$ ja autokorrelaatiofunktio on $R_X(\tau) = \text{tri}(\tau)$. Mitkä ovat seuraavien signaalien odotusarvo- ja autokorrelaatiofunktio?
- (a) $A(t) = 2X(t)$
(b) $B(t) = 2 + X(t)$
(c) $C(t) = X^2(t)$
(d) $D(t) = X(t) + X(t - 2)$
4. (p) Olkoon $Y(t) = X(t) \cos(2\pi t + \Theta)$, missä $\Theta \sim U(0, 2\pi)$. $X(t)$ on Θ :sta riippumaton satunnaissignaali, jonka odotusarvofunktio on $E[X(t)] = 1$ ja autokorrelaatiofunktio on $R_X(\tau) = 1 + e^{-|\tau|}$. Laske $Y(t)$:n odotusarvofunktio, autokorrelaatiofunktio ja määrää $Y(t)$:n keskimääräinen teho. Onko $Y(t)$ stationaarinen?
5. (n) Olkoon $A(t)$ ja $B(t)$ riippumattomia, nollaodotusarvoisia stationaarisia satunnaissignaaleja, joilla on sama autokorrelaatiofunktio $R_A(\tau) = R_B(\tau) = e^{-|\tau|}$.
- (a) Tutki ovatko signaalit $X(t) = A(t) \sin t$ ja $Y(t) = B(t) \cos t$ stationaarisia.
(b) Laske ristikorrelaatiofunktio $R_{XY}(t, t + \tau)$. Ovatko $X(t)$ ja $Y(t)$ yhteisstationaariset?
(c) Tutki onko signaali $Z(t) = X(t) + Y(t)$ stationaarinen.
6. (n) Tarkastellaan stationaarisen aikadiskreetin satunnaissignaalin $X[n]$ aikakeskiarvoa

$$Y_N = \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N X[n].$$

- (a) Olkoon $X[n]$ jono riippumattomia satunnaismuuttujia, joiden odotusarvo on $\mu = 0$ ja varianssi σ^2 . Osoita että tällöin aikakeskiarvo Y_N on odotusarvon μ **harhaton ja tarkentuva estimaattori**, s.o.

$$E[Y_N] = \mu, \quad \lim_{N \rightarrow \infty} E[(Y_N - \mu)^2] = 0.$$

- (b) Millä ehdolla aikakeskiarvo on stationaarisen satunnaissignaalin $X[n]$ odotusarvofunktion harhaton ja tarkentuva estimaattori yleisesti?