

Signaalianalyysi 031080A

Harjoitus 2 syksy 2023

(e): esikotitehtävä, josta saa pisteitä ja joka tehdään stackissa

(p): tuntitehtävä, josta saa pisteitä

(n): normaali tuntitehtävä, josta ei saa pisteitä

1.-2. (e) Tee STACK-tehtävät hyväksytysti keskiviikkoon 8.11. klo 20 mennessä ja näytä käsinkirjoitetut ratkaisut harjoituksissa saadaksesi pisteet.

3. (p) Tässä tehtävässä voit unohtaa huolet sarjojen suppenemisesta, sillä eivät ne kuitenkaan suppene perinteisessä mielessä. Älä vaivaa päätäsi myöskään epäjatkuvuuspisteillä, sillä nyt vedetään mutkat suoriksi. Voit käyttää kaavakokoelman soveltuvia kaavoja paitsi kaavaa B17, jonka johdamme kohdassa (b). (Huomaa myös kaava G6).

(a) Näytteenottofunktio $\Delta(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT)$ on T -jaksollinen. Määrä sen kompleksinen Fourierin sarja

$$\Delta(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} d_n e^{i\frac{2\pi n}{T}t}, \quad d_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \Delta(t) e^{-i\frac{2\pi n}{T}t} dt.$$

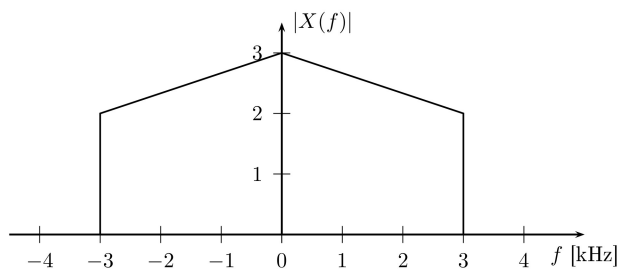
(b) Käyttäen hyväksi (a)-kohtaa johda kaavakokoelman kaava B17, eli määrä näytteenottofunktion $\Delta(t)$ Fourier-muunnos.

(c) Olkoon signaalin $x(t)$ Fourier-muunnos $X(f)$. Määrä näytejonon $\hat{x}(t) = x(t)\Delta(t)$ Fourier-muunnos $\hat{X}(f)$:n avulla.

4. (p) Parillisen analogiasignaalin $x(t)$ amplitudispektri on kuvion mukainen. Piirrä $x(t)$:stä otetun näytejonon $\hat{x}(t) = x(t)\Delta(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(kT)\delta(t - kT)$ amplitudispektri, kun näytteenottoväli on

(a) $T = 0.125$ ms (b) $T = 0.25$ ms.

Tapahtuuko kohdissa (a) ja (b) laskostumista? Mikä on signaaliin liittyvä kriittinen näytteenotto-taajuus eli ns. Nyquistin taajuus?



5. (n) Olkoon $x(t) = \text{sinc}(2t) \cos(6\pi t)$, missä t on aika sekunteina. Piirrä kuva näytejonon $\hat{x}(t) = x(t)\Delta(t)$ amplitudispektristä $|\hat{X}(f)|$, kun signaali näytteistetään taajuudella

a) $f_s = 5$ Hz

b) $f_s = 10$ Hz.

Tapahtuuko laskostumista? Voidaanko signaali $x(t)$ rekonstruoida näytteistään?

6. (n) Laske konvoluution Fourier-muunnoksen avulla signaalin $x(t) = e^{-2t}u(t)$ autokorrelaatiofunktio $r_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \overline{x(t)}x(t + \tau) dt$.