

Signaalianalyysi 031080A

Loppukoe 24.3.2022

Välivaiheet ja perustelut näkyviin!

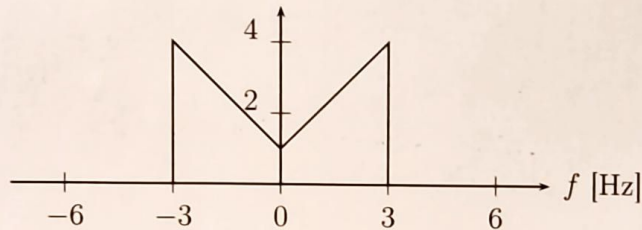
1. ✓ (a) Tutki laskemalla, onko signaali $x(t) = e^{i2\pi t}(u(t) - u(t-5))$ energia- tai tehosi signaali.
 ✓? (b) Määrä aikkadiskreetin signaalin $x[n] = \{-1, 2, -1\}$ Fourier-muunnos $X(\omega)$ (DTFT) sekä diskreetti Fourier-muunnos $X[k]$ (DFT).

2. Analogisesta signaalista $x(t)$ otetaan näytteitä näytteenottotaajuudella 5 Hz.

✓ (a) Mikä on tällöin näytteenottoväli? (1 p)

✓? (b) Olkoon $\Delta(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT)$. Johda (kaavakokoelman avulla) näytejonon $\hat{x}(t) = x(t)\Delta(t)$ Fourier-muunnos $\hat{X}(f)$ signaalin $x(t)$ Fourier-muunnoksen $X(f)$ funktiona. (2 p)

✓ (c) Olkoon $X(f)$ on esitettyä alla olevassa kuvassa. Piirrä näytejonon $\hat{x}(t)$ amplitudispektri välillä $[-5, 5]$ Hz. Tapahtuuko laskostumista? Mikä on signaalin $x(t)$ Nyquistin taajuus ja miten se liittyy näytteistykseen? (3 p)



3. Olkoon A ja Θ riippumattomia satunnaismuuttujia. A :n jakauman (piste)todennäköisyysfunktio on annettu oheisessa taulukossa ja Θ noudattaa tasajakaumaa $Tas(0, 2\pi)$

a_k	-2	-1	0	1	2
$P(A = a_k)$	0.15	0.2	0.25	0.3	0.1

✓ (a) Laske odotusarvo $E(A)$, varianssi $D^2(A)$ ja odotusarvo $E(\sin(A\frac{\pi}{2}))$.

✓? (b) Laske signaalin $X(t) = A \cos(t + \Theta)$ autokorrelaatiofunktio $R_X(t, t + \tau)$.

4. (a) Aikkadiskreetti LTI-systeemi määritellään yhtälöllä

$$y[n] = x[n] - x[n - 1],$$

missä $x[n]$ on heräte ja $y[n]$ vaste. Määrä siirtofunktio $H(z)$ ja taajuusvastefunktio $H(\omega)$. Olkoon sitten heräte diskreettiä valkoista kohinaa, jonka tehosiheyspektri on

$$S_X(\omega) = 2.$$

Määrä vasten $Y[n] = X[n] - X[n - 1]$ tehosiheyspektri ja autokorrelaatiofunktio.

✓ (b) Määrä sellainen kausaalinen analoginen LTI-systeemi, jonka vaste on valkoista kohinaa tehosiheydellä 1, kun herätteen $X(t)$ tehosiheyspektri on

$$S_X(f) = \frac{4 + 4\pi^2 f^2}{9 + 4\pi^2 f^2}.$$

Anna systeemin siirtofunktio $H(f)$ ja impulssivaste $h(t)$.