

Signaalianalyysi 031080A

2. välikoe 20.12.2021 Välivaiheet ja perustelut näkyviin!

1. Tarkastellaan analogista amplitudimodulaatiosignaalia $x(t) = m(t) \cos 2\pi f_c t$, missä $m(t) = \text{sinc}(2t)$ ja kanta-aaltotaajuus $f_c = 10$.

- (a) Määrä ja piirrä signaalin $m(t)$ Hilbert-muunnoksen $\hat{m}(t)$ amplitudispektri. (2 p)
- (b) Määrä ja piirrä signaalin $x(t)$ Hilbert-muunnoksen $\hat{x}(t)$ amplitudispektri. (2 p)
- (c) Määrä ja piirrä signaalin $x_+(t) = x(t) + i\hat{x}(t)$ amplitudispektri. (2 p)

2. Satunnaismuuttujien X ja Y kovarianssimatriisi on

$$C_{(X,Y)} = \begin{pmatrix} 2.9 & 0.3 \\ 0.3 & 2.1 \end{pmatrix}.$$

- (a) Mitä ovat muuttujien X ja Y varianssit? Entäpä korrelaatiokerroin? (2 p)
- (b) Muodosta X :stä ja Y :stä lineaarisella muunnoksella

$$\begin{pmatrix} U \\ V \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}$$

uudet korreloimattomat muuttujat U ja V , joiden varianssit ovat 2 ja 3. Anna lineaarisen muunnoksen matriisi A . (4 p)

3. Olkoon $Y(t) = X(t) \cos(2\pi t + \Theta)$, missä $\Theta \sim \text{Tas}(0, 2\pi)$. $X(t)$ on stationaarinen, Θ :sta riippumaton satunnaissignaali, jonka odotusarvofunktio on $\mu_X(t) = 0$ ja autokorrelaatiofunktio on $R_X(\tau) = \text{tri}(\tau)$. Määrä $Y(t)$:n odotusarvofunktio, autokorrelaatiofunktio ja keskimääräinen teho. Onko $Y(t)$ stationaarinen?

4. Aikadiskreetti LTI-systeemi määritellään yhtälöllä

$$y[n] = \frac{1}{\sqrt{2}}y[n-1] + \frac{1}{\sqrt{2}}x[n].$$

missä $x[n]$ on heräte ja $y[n]$ vaste.

- (a) Määrä systeemin siirtofunktio ja taajuusvastefunktio.
- (b) Olkoon herätteenä diskreettiä valkoista kohinaa, joka noudattaa normaalijakaumaa $N(0, 1)$. Määrä vasteen tehotiheyspektri ja autokorrelaatiofunktio.