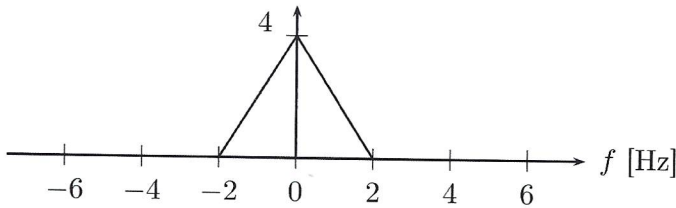


Signaalianalyysi 031080A

Loppukoe 12.1.2021

1. Määrittää kompleksiarvoisen signaalin $x(t) = 2e^{it}u(t)$ keskimääräinen teho ja energia.
2. Analogisen signaalin $x(t)$ Fourier-muunnos on esitetty oheisessa kuvassa.



- (a) Määrittää signaalin Nyquistin taajuus. Kuinka suuri saa näytteenottoväli T olla, jotta $x(t)$ voidaan yksikäsitteisesti määrätä näytteistä $x(nT)$, $n = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$? (2 p)
 - (b) Olkoon seuraavaksi näytteenottotaajuus $f_s = 6$ Hz. Piirrä impulssijonon $\hat{x}(t) = x(t)\Delta(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(kT)\delta(t - kT)$ amplitudispektri. Tapahtuuko laskostumista? Perustele vastauksesi. (4 p)
3. Signaalista $x(t)$ ($X(f) = 0$, $|f| > 90$ Hz) on näytteenottotaajuudella $f_s = 200$ Hz saatu näytejono

$$x[n] = \{1, 1, 0, 0\}.$$

Laske signaalin $x[n]$ 4 pisteen diskreetti Fourier-muunnos (DFT). Piirrä signaalin $x[n]$ amplitudispektri ja määrää sen avulla, mitä signaalin $x(t)$ analogisia taajuuksia laskemasi DFT vastaa.

4. Satunnaismuuttujien X ja Y yhteisjakauman todennäköisyysfunktio on annettu oheisessa taulukossa.

$Y \setminus X$	-1	0	1
-1	0.16	0.2	0.04
0	0.16	0.16	0.08
1	0.08	0.04	0.08

Laske odotusarvot $E(X)$ ja $E(Y)$ sekä varianssi $D^2(X)$. Määrittää muuttujien X ja Y korrelaatio $E(XY)$ ja kovarianssi $\text{Cov}(XY)$. Ovatko X ja Y ovat korreloimattomat? Entä riippumattomat? Perustele vastauksesi.

5. Olkoon A ja Θ riippumattomia satunnaismuuttujia. A noudattaa normaalijakaumaa $N(0, 4)$ ja Θ noudattaa tasajakaumaa $\text{Tas}(0, 2\pi)$. Laske signaalin $X(t) = A + \cos(2\pi t + \Theta)$ odotusarvofunktio $\mu_X(t)$ ja autokorrelaatiofunktio $R_X(t, t + \tau)$.

6. Tarkastellaan LTI-systeemiä, jonka vaste $Y(t)$ on määritelty integraaliyhtälöllä

$$Y(t) = \int_0^{\infty} e^{-\tau} X(t - \tau) d\tau,$$

missä $X(t)$ on heräte. Olkoon heräte stationaarista valkoista kohinaa, jonka tehotiheys on $\frac{N_0}{2}$. Määrittää tarkasti perustellen

- (a) systeemin impulssivaste
- (b) systeemin siirtofunktio
- (c) herätteen ja vasteen ristitehotiheysspektri
- (d) herätteen ja vasteen ristikorrelaatiofunktio
- (e) vasteen tehotiheysspektri
- (f) vasteen autokorrelaatiofunktio.