Signaalianalyysi 031080A

2. välikoe 23.1.2020 Eetu Heikkinen Välivaiheet ja perustelut näkyviin!

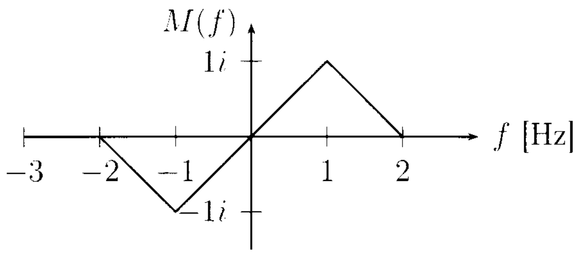
1. Signaalin $m(t)$ Fourier-muunnos on esitetty oheisessa kuvassa.

   (a) Piirrä signaalin $m(t)$ amplitudispektri ja vaihespektri. (2 p)

   (b) Piirrä Hilbert-muunnoksen $\hat{m}(t)$ amplitudispektri ja vaihespektri. (2 p)

   (c) Piirrä amplitudimoduloidun signaalin $= m(t)\cos 12\pi t$ amplitudispektri. (1 p)

   (d) Piirrä esiverhokäyrän (analyyttisen signaalin) $m_+(t) = m(t) + i\hat{m}(t)$ amplitudispektri. (1 p)



2. Satunnaismuuttujien X ja Y kovarianssimatriisi on

$$C_{(X,Y)} = \begin{pmatrix} 3.6 & 0.8 \\ 0.8 & 2.4 \end{pmatrix}.$$

   (a) Olkoon $Z = X + Y$ ja $W = X - Y$. Määrää varianssit $D^2(Z)$ ja $D^2(W)$ sekä kovarianssi $\mathrm{Cov}(X, Y)$.

   (b) Matriisin $C_{(X,Y)}$ ominaisvektorit ovat

$$s\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad t\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix},$$

   missä $s, t \neq 0$. Määrää lineaarinen muunnos $\binom{U}{V} = A\binom{X}{Y}$, jolla uudet muuttujat U ja V ovat korreloimattomat ja toteuttava ehdon $D^2(X)+D^2(Y) = D^2(U)+D^2(V)$. Anna U:n ja V:n kovarianssimatriisi.

3. Olkoon X ja Θ riippumattomia satunnaismuuttujia. X:n tiheysfunktio on

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & 1 < x < 3 \\ 0, & \text{muulloin} \end{cases}$$

   ja Θ noudattaa tasajakaumaa $\mathrm{Tas}(0, 2\pi)$.

   (a) Laske X:n odotusarvo $E(X)$ ja varianssi $D^2(X)$ sekä $E(1 + 2X)$.

   (b) Laske signaalin $Y(t) = X\cos(t + \Theta)$ odotusarvofunktio $\mu_Y(t)$ ja autokorrelaatiofunktio $R_Y(t, t + \tau)$. Onko $Y(t)$ stationaarinen? Perustele vastauksesi.

4. Diskreetti LTI-systeemi määritellään yhtälöllä

$$Y[n] = X[n] + X[n-1],$$

   missä $X[n]$ on heräte ja $Y[n]$ vaste. Määrää systeemin siirtofunktio $H(z)$ ja taajuusvastefunktio $H(\omega)$. Määrää vasteen autokorrelaatiofunktio ja tehotiheysspektri sekä herätteen ja vasteen ristikorrelaatiofunktio ja ristitehotiheysspektri, kun heräte $X[n]$ on stationaarista diskreettiä valkoista kohinaa joka noudattaa normaalijakaumaa $\mathcal{N}(0, 1)$.