

# Signaalianalyysi 031080A

## Harjoitus 5 syksy 2019

(e): esikotitehtävä, josta saa pisteitä ja joka tehdään stackissa

(p): tuntitehtävä, josta saa pisteitä

(n): normaali tuntitehtävä, josta ei saa pisteitä

1.-2. (e) Tee STACK-tehtävät hyväksytysti keskiviikkoon 4.12. klo 12 mennessä ja näytä paperilla harjoituksissa saadaksesi pisteet.

3. (p) Satunnaismuuttujat  $X$  ja  $Y$  ovat riippumattomia ja noudattavat eksponenttijakaumaa  $\text{Exp}(1)$ .

(a) Mikä on yhteisjakauman tiheysfunktio  $f_{X,Y}(x,y)$ ?

(b) Muodostetaan uudet satunnaismuuttujat  $Z$  ja  $W$  lineaarisella muunnoksella

$$\begin{pmatrix} Z \\ W \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X + Y \\ Y \end{pmatrix}.$$

Määrää muuttujien  $Z$  ja  $W$  yhteisjakauman tiheysfunktio  $h_{Z,W}(z,w)$ .

(c) Määrää integroimalla satunnaismuuttujan  $Z$  reunajakauman tiheysfunktio  $h_Z(z)$ .

(d) Mikä on summan  $Z = X + Y$  tiheysfunktio yleisesti, kun  $X$  ja  $Y$  ovat riippumattomia ja niiden tiheysfunktiot ovat  $f_X(x)$  ja  $f_Y(y)$ ? Ohje: toista kohdat a)-c) yleisessä tapauksessa.

4. (p) Satunnaismuuttujien  $X$  ja  $Y$  kovarianssimatriisi on

$$\begin{pmatrix} 3.7 & 0.9 \\ 0.9 & 1.3 \end{pmatrix}.$$

Muodosta  $X$ :stä ja  $Y$ :stä lineaarisella muunnoksella uudet muuttujat  $U$  ja  $V$ , jotka ovat korreloimattomia. Säilyykö yhteenlaskettu varianssi muunnoksessa samana?

5. (n) Satunnaismuuttujien  $X$  ja  $Y$  odotusarvot ovat  $\mu_X = 2$  ja  $\mu_Y = -1$  sekä varianssit  $\sigma_X^2 = 1$  ja  $\sigma_Y^2 = 16$ . Korrelaatiokerroin on  $\rho_{X,Y} = \frac{1}{4}$ . Muodostetaan uudet muuttujat  $U = X + 2Y$  ja  $V = 2X - Y$ . Määrää

(a)  $E[U]$  ja  $E[V]$

(b) Kovarianssimatriisit  $C_{X,Y}$  ja  $C_{U,V}$  sekä korrelaatiokerroin  $\rho_{U,V}$

(c)  $E(U^2)$ ,  $E(V^2)$  ja  $E(UV)$ .

6. (n) Kirjoita Matlabin komentorivillä `load fisheriris`. Tämä lataa työmuistin muuttujaan `meas` kolmen eri iirislajin, Iris setosan, Iris virginican ja Iris versicolorin verho- ja terälehtien leveyden ja pituuden mittausdataa neljässä sarakkeessa. Kunkin rivin lajitieto löytyy muuttujasta `species`. Määrää (otos)kovarianssimatriisi ja tutki, onko tulos "laillinen" kovarianssimatriisi, ts. onko matriisi symmetrinen ja positiivisesti semidefiniitti. Määrää lineaarisella muunnoksella uudet muuttujat, jotka ovat korreloimattomat. Laske alkuperäisten ja uusien muuttujien yhteenlasketut varianssit. Mitkä kaksi uusista muuttujista kuvaavat parhaiten mittaustulosten vaihtelun? Piirrä näiden muuttujien hajontakuva kaksikulotteiseen koordinaatistoon, eri lajit eri värein. Voitko erottaa eri lajit toisistaan suoralla viivalla?

Komentoja: `cov`, `mean`, `eig`, `trace`, `gscatter`. Lisätietoa komennolla `help cov` jne.

Kaunokurjenmiekka



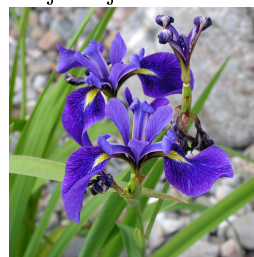
Linkki: [wikimedia](#)

Virginian kurjenmiekka



Linkki: [wikimedia](#)

Kirjokurjenmiekka



Linkki: [wikimedia](#)