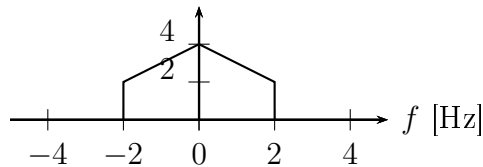


# Signaalianalyysi 031080A

## Loppukoe 17.4.2018

- (a) Tutki laskemalla, ovatko signaalit  $x(n) = e^{i\frac{\pi}{3}n}$  ja  $y(t) = e^{-t}u(t)$  energia- tai tehosignaaleja. Laske signaalien  $y(t)$  ja  $z(t) = e^{-2t}u(t)$  konvoluution  $(y * z)(t)$  arvo hetkellä  $t = 1$ .
- (b) Analogisen signaalin  $x(t)$  Fourier-muunnos on esitetty oheisessa kuvassa.



Kuinka pieni pitää näytteenottovälin  $T$  olla, jotta  $x(t)$  voidaan yksikäsitteisesti määrätä näytteistä  $x(nT)$ ,  $n = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$ ? Olkoon näytteenottotaajuus  $f_s = 5$  Hz. Piirrä impulssijonon  $\sum_{k=-\infty}^{\infty} x(kT)\delta(t - kT)$  Fourier-muunnos. Tapahtuuko laskostumista?

- (a) Laske diskreetin signaalin  $x(n) = \{1, 0, 3, 2\}$  4 pisteen diskreetti Fourier-muunnos  $X(k)$  ja piirrä amplitudispektrin  $|X(k)|$ :n kuvaaja.
- (b) Analoginen LTI-systeemi on määritelty differentiaaliyhtälöllä

$$y'(t) + 7y(t) = 2x(t - 3), t \geq 0$$

alkuehdolla  $y(0) = 0$ ,  $x(t) = 0$ ,  $t \leq 0$ , missä  $x(t)$  on heräte ja  $y(t)$  on vaste. Määrittää tämän systeemin siirtofunktio ja impulssivaste. Onko systeemi kausaalinen?

- Olkoon  $X_n$  aikadiskreetti nollakeskiarvoinen satunnaissignaali, jolle  $E[X_n^2] = 1$  kaikilla  $n$ :n arvoilla. Lisäksi tiedetään, että  $X_n$  ja  $X_m$  ovat riippumattomat aina kun  $n \neq m$ .
  - Laske autokorrelaatiofunktio  $R_X(n, n+k)$ , kun  $k = 0$  ja kun  $k \neq 0$ . Tutki, onko signaali stationaarinen.
  - Olkoon  $Y_n = X_n + X_{n-1}$  (tai vaihtoehtoisesti  $Y_n = X_n * \{1, 1\}$ ). Laske  $Y_n$ :n odotusarvofunktio ja autokorrelaatiofunktio. Onko  $Y_n$  stationaarinen? Perustele vastauksesi.
  - Laske  $X_n$ :n ja  $Y_n$ :n tehotiheyspektrit.
- (a) Laske satunnaismuuttujan  $X$  odotusarvo  $E(X)$ , varianssi  $D^2(X)$  ja odotusarvo  $E[\cos(\frac{\pi}{2}X)]$ , kun jakauman (piste)todennäköisyysfunktio on annettu oheisessa taulukossa

$x_k$	1	2	4	8
$P(X = x_k)$	0.2	0.3	0.4	0.1

- Signaalia  $X_n$  estimoidaan kahden aiemman näytteen lineaarikombinaationa

$$X_n \approx Y_n = h_1 X_{n-1} + h_2 X_{n-2}.$$

Määrittää virheen  $E[(X_n - Y_n)^2]$  minimoivat kertoimet  $h_1$  ja  $h_2$ , kun signaalin  $X_n$  autokorrelaatiofunktio  $R_X(m)$  tunnetaan  $R_X(0) = 4$ ,  $R_X(1) = 2$ ,  $R_X(2) = 1$ .