

# Signaalianalyysi 031080A

## Harjoitus 7 syksy 2018

(e): esikotitehtävä, josta saa pisteitä ja joka tehdään stackissa

(p): tuntitehtävä, josta saa pisteitä

(n): normaali tuntitehtävä, josta ei saa pisteitä

1.-2. (e) Tee STACK-tehtävät hyväksytysti keskiviikkoon 12.12. klo 12 mennessä ja näytä paperilla harjoituksissa saadaksesi pisteet.

3. (p) (a) Stationaarisen satunnaissignaali  $X(t)$ , jonka autokorrelaatiofunktio on

$$R_X(\tau) = \frac{1}{1 + \tau^2},$$

on herätteenä LTI-systeemissä, jonka impulssivaste on

$$h(t) = 3 \sin(\pi t) / (\pi t).$$

Määää ja hahmottele vasteen  $Y(t)$  tehotiheyspektri  $S_Y(f)$  sekä ristitehotiheyspektri  $S_{XY}(f)$ . Ohje: tarvitet kaavakokoelman kaavaa A3.

(b) Määää sellainen kausaalinen LTI-systeemi, jonka vaste on valkoista kohinaa tehotiheydellä 1, kun herätteen  $X(t)$  tehotiheyspektri on

$$S_X(f) = 1 + \frac{11}{25 + 4\pi^2 f^2}.$$

Anna systeemin siirtofunktio  $H(f)$  ja impulssivaste  $h(t)$ . Ohje: kirjoita aluksi herätteen tehotiheyspektri muodossa  $S_X(f) = G(f)\overline{G(f)}$ , missä  $1/G(f)$  on kausaalisen systeemin siirtofunktio.

4.(p) Diskreetti LTI-systeemi määritellään yhtälöllä

$$Y[n] = -X[n] + 2X[n-1] - X[n-2],$$

missä  $X[n]$  on heräte ja  $Y[n]$  vaste. Määää systeemin siirtofunktio  $H(z)$  ja taajuusvastefunktio  $H(\omega)$ . Määää vasteen autokorrelaatiofunktio ja tehotiheyspektri sekä herätteen ja vasteen ristikorrelaatiofunktio ja ristitehotiheyspektri, kun heräte  $X[n]$  on diskreettiä valkoista kohinaa joka noudattaa normaalijakaumaa  $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$ .

5. (n) Olkoon havaintosignaali  $X[k] = Z[k] + N[k]$ , missä alkuperäinen signaali  $Z[k]$  ja siihen summautunut kohina  $N[k]$  ovat riippumattomia satunnaissignaaleja ja  $E[N[k]] = 0$ . Signaalia  $Z[k]$  estimoidaan havaintojen  $X[k]$  ja  $X[k-1]$  lineaarikombinaationa  $Y[k] = h[0]X[k] + h[1]X[k-1]$ . Määää estimointivirheen tehon  $E[(Z[k] - Y[k])^2]$  minimoivat luvut  $h[0]$  ja  $h[1]$ , kun  $N[k]$  on diskreettiä valkoista kohinaa, jonka tehotiheys on yksi ja  $R_Z[0] = 5$ ,  $R_Z[\pm 1] = 3$ .

6. (n) Linear Predictive Coding (LPC) on puheenkoodauksessa käytettävä menetelmä, missä puhesignaalin  $Z(t)$  näytettä  $Z[n] = Z(t_n)$  estimoidaan aiempien näytteiden lineaarikombinaationa

$$Z[n] \approx Y[n] = \sum_{k=1}^p h[k]Z[n-k]$$

Olkoon  $p = 2$ . Määää virheen  $E[(Z[n] - Y[n])^2]$  minimoivat kertoimet  $h[1]$  ja  $h[2]$ , kun signaalin  $Z[n]$  autokorrelaatiofunktioista  $R_Z[m]$  on estimoitu  $R_Z[0] = 5$ ,  $R_Z[1] = 3$ ,  $R_Z[2] = 2$ .

Vastauksia: 3.a)  $S_Y(f) = 9\pi e^{-2\pi|f|}$ ,  $|f| \leq \frac{1}{2}$  ja  $S_{XY}(f) = 3\pi e^{-2\pi|f|}$ ,  $|f| \leq \frac{1}{2}$  3.b)  $H(f) = \frac{5+i2\pi f}{6+i2\pi f}$ ,  $h(t) = \delta(t) - e^{-6t}u(t)$ .

4.  $R_Y[k] = \sigma^2\{1, -4, 6, -4, 1\}$ ,  $R_{XY}[k] = \sigma^2\{-1, 2, -1\}$ ,  $S_Y(\omega) = \sigma^2(2 - 2\cos\omega)^2$ ,

$S_{XY}(\omega) = \sigma^2 e^{-i\omega}(2 - 2\cos\omega)$ .