

Signaalianalyysi 031080A

Harjoitus 6 syksy 2018

(e): esikotitehtävä, josta saa pisteitä ja joka tehdään stackissa

(p): tuntitehtävä, josta saa pisteitä

(n): normaali tuntitehtävä, josta ei saa pisteitä

1.-2. (e) Tee STACK-tehtävät hyväksytysti maanantaihin 3.12. klo 12 mennessä ja näytä paperilla harjoituksissa saadaksesi pisteet.

3. (p) Olkoon $X(t)$ ja $Y(t)$ riippumattomia stationaarisia satunnaissignaaleja, joiden odotusarvot ovat μ_X ja μ_Y ja autokorrelaatiofunktiot ovat $R_X(\tau)$ ja $R_Y(\tau)$. Olkoon edelleen $Z(t) = X(t)Y(t)$.

(a) Laske odotusarvo μ_Z ja autokorrelaatiofunktio $R_Z(\tau)$. Onko $Z(t)$ stationaarinen?

(b) Ovatko $X(t)$ ja $Z(t)$ yhteisstationaariset?

Perustele tarkasti ratkaisusi jokainen vaihe.

4. (p) Olkoon $X(t) = A(t) \cos(\omega_0 t + \Theta)$, missä $A(t)$ on vaiheesta Θ riippumaton stationaarinen signaali, jonka autokorrelaatiofunktio on $R_A(\tau)$, ja vaihe Θ on tasajakautunut, $\Theta \sim \text{Tas}(0, 2\pi)$.

(a) Tutki, onko $X(t)$ stationaarinen.

(b) Olkoon $Y(t) = A(t) \cos((\omega_0 + \omega_1)t + \Theta)$. Onko $Y(t)$ stationaarinen?

(c) Laske ristikorrelaatiofunktio $R_{XY}(t, t + \tau)$. Ovatko $X(t)$ ja $Y(t)$ yhteisstationaarisia?

(d) Onko signaali $X(t) + Y(t)$ stationaarinen?

5. (n) Määritellään kompleksinen satunnaismuuttuja $Z = X + iY$, missä X ja Y ovat reaaliarvoisia satunnaismuuttujia.

(a) Määrää muuttujien X ja Y kovarianssimatriisi, kun muuttujan Z odotusarvo on $\mu_Z = 0$, varianssi $E[|Z - \mu_Z|^2] = 3$ ja pseudovarianssi $E[(Z - \mu_Z)^2] = 1 + 2i$.

(b) Tiedetään, että X ja Y ovat normaalijakautuneita. Mikä on yhteisjakauman tiheysfunktio?

6. (n) Olkoon $X(t) = 2 \cos(\Omega t + \Theta)$, missä $\Omega \sim \text{Tas}(-1, 1)$ ja $\Theta \sim \text{Tas}(-\pi, \pi)$ ovat riippumattomia satunnaismuuttujia. Laske $X(t)$:n odotusarvofunktio, autokorrelaatiofunktio ja keskimääräinen teho.

Vastauksia: 3.a) on stationaarinen b) ovat yhteisstationaariset

4. a) on stationaarinen b) on stationaarinen c) ei yhteisstationaariset d) ei stationaarinen.