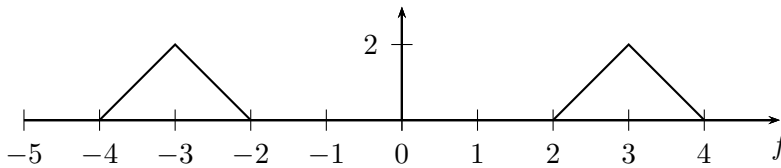


# Signaalianalyysi 031080A

## Päätökoe 19.12.2017

- Piirrä signaalin  $x(t) = e^{-|t|}$ ,  $t \in \mathbb{R}$ , kuvaaja. Tutki laskemalla, onko  $x(t)$  energia- tai teho-signaali.
  - Laske signaalin  $x(n) = \{-1, 2 + i, i\}$  energia ja autokorrelaatiofunktio.
  - Analogisen signaalin  $x(t)$  Fourier-muunnos  $X(f)$  on esitetty oheisessa kuvassa. Mikä on signaalin Nyquistin taajuus? Piirrä näytejonon  $x(t)\Delta(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(kT)\delta(t - kT)$  amplitudispektri, kun  $T = 0.2$ . Tapahtuuko laskostumista?



- Olkoon  $x(t)$  tehtävän 1.c) signaali. Piirrä esiverhokäyrän (=analyttisen signaalin)  $x_+(t)$  Fourier-muunnos  $X_+(f)$  ja määrää  $x_+(t)$ . (2 p)
  - Analoginen LTI-systeemi on määritelty differentiaaliyhtälöllä

$$y'(t) + 4y(t) = 3x(t - 5), \quad t \geq 0$$

alkuehdolla  $y(0) = 0$ ,  $x(t) = 0$ ,  $t \leq 0$ , missä  $x(t)$  on heräte ja  $y(t)$  on vaste. Määrää tämän systeemin siirtofunktio ja impulssivaste. Mikä on systeemin vaste, kun heräte on  $x(t) = u(t)$ ? (4 p)

- Olkoon  $X(t) = \sin(4\pi t + \Theta)$ , missä  $\Theta \sim \text{Tas}(0, 2\pi)$ .
  - Laske  $X(t)$ :n odotusarvofunktio ja autokorrelaatiofunktio.
  - Olkoon  $Y(t) = X(t) + W(t)$ . Laske tarkasti perustellen autokorrelaatiofunktio  $R_Y(t, t + \tau)$  ja tehotiheyspektri  $S_Y(f)$ , kun tiedetään, että  $X(t)$  ja  $W(t)$  ovat riippumattomia ja  $W(t)$  on nollaodotusarvoista valkoista kohinaa, jonka tehotiheyspektri on  $S_W(f) = 3$ .
- Satunnaismuuttujien  $X_1$  ja  $X_2$  kovarianssimatriisin

$$\begin{pmatrix} 1.9 & -0.3 \\ -0.3 & 1.1 \end{pmatrix}$$

ominaisvektorit ovat

$$t \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{ja} \quad t \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R} \setminus \{0\}.$$

Määrää  $X_1$ :n ja  $X_2$ :n ortogonaalinen lineaarinen muunnos, jolla saadaan uudet korreloimatomat satunnaismuuttujat  $Y_1$  ja  $Y_2$ . Mikä on uusien muuttujien kovarianssimatriisi?

- Signaalia  $Z_n$  estimoidaan kahden edellisen näytteen lineaarikombinaationa (havainto=signaali)

$$Z_n \approx Y_n = h_1 Z_{n-1} + h_2 Z_{n-2}.$$

Määrää virheen  $E[(Z_n - Y_n)^2]$  minimoivat kertoimet  $h_1$  ja  $h_2$ , kun signaalin  $Z_n$  autokorrelaatiofunktio  $R_Z(m)$  tunnetaan  $R_Z(0) = 7$ ,  $R_Z(1) = 5$ ,  $R_Z(2) = 3$ .