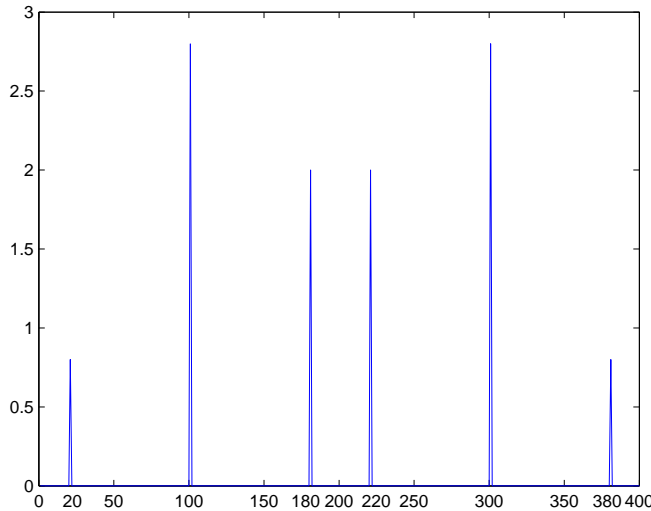


Signaalianalyysi 031080A

Uusintakoe 26.1.2017

- Piirrä signaalin $x(n) = (\frac{1}{2})^n u(n)$, $n \in \mathbb{Z}$, kuvaaja. Tutki laskemalla, onko $x(n)$ energia- tai tehosi signaali.
 - Laske signaalien $x(n) = \{2, 3, 4\}$ ja $y(n) = \{3, 1, 2\}$ konvoluutio ja ristikorrelaatiofunktio. Merkitse myös nollaindeksin paikat.
 - Analogisesta signaalista $x(t) = \cos(1800\pi t)$ otetaan näytteitä 0.001 sekunnin välein. Mikä on kyseisen signaalin Nyquistin taajuus? Tapahtuuko laskostumista? Jos tapahtuu, niin mille taajuudelle signaali laskostuu, ts. miksi analogiseksi taajuudeksi signaalin taajuus tulkitaan?
- Analogisesta signaalista, joka on kolmen sinisignaalin summa, on otettu (vähintään Nyquistin taajuudella) 400 näytettä 0.01 sekunnin välein ja niiden perusteella laskettu 400 pisteen diskreetillä Fourier-muunnoksella alla olevan kuvan amplitudispektri. Mitkä ovat kyseisten sinisignaalien analogiset taajuudet?



(2 p)

- Analoginen LTI-systeemi on määritelty differentiaaliyhtälöllä

$$y'(t) + 4y(t) = 7x(t - 2), \quad t \geq 0,$$

alkuehdolla $y(0) = 0$, $x(t) = 0, t \leq 0$, missä $x(t)$ on heräte ja $y(t)$ on vaste. Määrää tämän systeemin siirtofunktio, impulssivaste, amplitudivaste ja vaihevaste. (4 p)

- Satunnaismuuttujien X ja Y kovarianssimatriisi on $C_{(X,Y)} = \begin{pmatrix} 2.8 & -0.4 \\ -0.4 & 2.2 \end{pmatrix}$, jonka kaksi ominaisvektoria ovat $(1 \ 2)^T$ ja $(-2 \ 1)^T$. Muodosta X :stä ja Y :stä ortogonaalisella lineaarisella muunnoksella uudet muuttujat U ja V jotka ovat korreloimattomia ja määrää niiden kovarianssimatriisi $C_{U,V}$.
 - Olkoon $Y(t) = X(t) \cos(t + \Theta)$, missä $\Theta \sim \text{Tas}(0, 2\pi)$. $X(t)$ on Θ :sta riippumaton nollatodotusarvoinen stationaarinen satunnaissignaali, jonka autokorrelaatiofunktio on $R_X(\tau) = e^{-2|\tau|}$. Määrää $Y(t)$:n autokorrelaatiofunktio ja keskimääräinen teho.

JATKUU SEURAAVALLA SIVULLA

4. (a) Selitä mitä tarkoittaa valkoinen kohina. (1 p)
- (b) Määrä sellainen kausaalinen LTI-systeemi, jolla voidaan generoida satunnaissignaali $Y(t)$, jonka tehotiheysspektri on

$$S_Y(f) = \frac{25}{16 + 4\pi^2 f^2}$$

käyttämällä herätteenä valkoista kohinaa, jonka tehotiheys on 1. Määrä systeemin siirtokuntio ja impulssivaste. (2 p)

- (c) Olkoon aikadiskreetti havaintosignaali $X_k = Z_k + N_k$, missä alkuperäinen signaali Z_k ja siihen summautunut kohina N_k ovat riippumattomia satunnaissignaaleja ja $E[N_k] = 0$. Signaalia Z_k estimoidaan havaintojen X_k ja X_{k-1} lineaarikombinaationa $Y_k = h_0 X_k + h_1 X_{k-1}$. Määrä estimointivirheen tehon $E[(Z_k - Y_k)^2]$ minimoivat luvut h_0 ja h_1 , kun N_k on diskreettiä valkoista kohinaa, jonka tehotiheys on yksi ja $R_Z(0) = 6$, $R_Z(\pm 1) = 2$. (3 p)