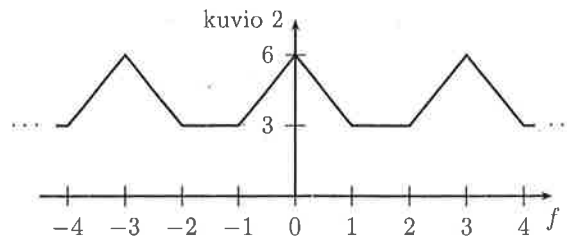
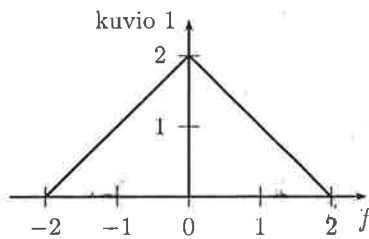


TEKNIIKAN MATEMATIIKKA

Signaalianalyysi 031024A

Kesätentti 10.6.2017

- (a) Tutki, ovatko signaalit $x(t) = e^{-|t|}$, $t \in \mathbb{R}$ ja $y(n) = (\frac{1}{3})^n u(n)$, $n = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$, energia- tai tehosiignaaleja.
(b) Laske signaalien $x(n) = \{2, 5, 4\}$ ja $y(n) = \{1, 2, 3\}$ ristikorrelaatio ja syklinen konvoluutio.
(c) Analogiasignaalin $x(t)$ amplitudispektri on kuvion 1 mukainen ja $x(t)$:stä otetun näytejonon $\hat{x}(t)$ amplitudispektri on kuvion 2 mukainen. Kuinka tiheään näytteitä oli otettu? Mikä on signaaliin liittyvä kriittinen näytteenottotaajuus eli ns. Nyquistin taajuus?



- Sarjaan kytketyn RL-piirin virta $y(t)$ toteuttaa differentiaaliyhtälön

$$y'(t) + y(t) = x(t), \quad t \geq 0, \quad y(0) = 0,$$

missä $x(t)$ on jännite. Määrä kyseisen LTI-systeemin siirtofunktio ja impulssivaste. Onko systeemi kausaalinen? Laske amplitudivaste ja vaihevaste. Laske vaste herätteeseen $x(t) = u(t)$.

- (a) Tietoliikennekanavan heräte on satunnaismuuttuja X ja vaste on toinen satunnaismuuttuja Y . Muuttujien X ja Y yhteisjakauman todennäköisyysfunktio on annettu oheisessa taulukossa.

	X	0	1
Y	0	0.5	0.1
	1	0.1	0.3

Laske $E[X]$, $\text{Var}[X]$, $E[XY]$ ja määrää kovarianssimatriisi $C_{X,Y}$.

- (b) Olkoon $X(t) = 1 + \cos(t + \Theta)$, missä Θ noudattaa tasajakaumaa $\text{Tas}(0, 2\pi)$. Määrää $X(t)$:n odotusarvofunktio ja autokorrelaatiofunktio.
- (a) Anna jonkin aikajatkuvan reaaliarvoisen kaistarajoitetun valkoisen kohina -prosessin $X(t)$ tehotiheyspektri $S_X(f)$ (voit valita mieleisesi järkevät parametrien arvot). Laske derivaattaprosessin $X'(t)$ tehotiheyspektri ja keskimääräinen teho.
(b) Olkoon havaintosignaali $X_k = Z_k + N_k$, missä alkuperäinen signaali Z_k ja siihen summautunut kohina N_k ovat riippumattomia satunnaissignaaleja ja $E[N_k] = 0$. Signaalia Z_k estimoidaan havaintojen X_k ja X_{k-1} lineaarikombinaationa $Y_k = h_0 X_k + h_1 X_{k-1}$. Määrää estimointivirheen tehon $E[(Z_k - Y_k)^2]$ minimoivat luvut h_0 ja h_1 , kun N_k on diskreettiä valkoista kohinaa, jonka tehotiheys on yksi ja $R_Z(0) = 4$, $R_Z(\pm 1) = 2$.