

TEKNILLINEN TIEDEKUNTA, MATEMATIIKAN JAOS

Signaalianalyysi 031050A

2. välikoe 8.2.2014

- (a) Generoi satunnaislukuja jakaumasta $\text{Tas}(0, 1)$ jakojäännös menetelmällä, kun menetelmän parametrit ovat $M = 11$, $\alpha = 7$, $Z_0 = 1$.
- (b) Satunnaismuuttujan X mahdolliset arvot ovat -1 , 0 ja 1 ja satunnaismuuttujan Y mahdolliset arvot ovat 2 , 4 ja 6 . Oheisessa taulukossa on esitetty joitakin X :n ja Y :n yhteisjakauman ja Y :n reunajakauman todennäköisyyksiä.

$X \backslash Y$	2	4	6
-1	*	5/25	4/25
0	2/25	*	4/25
1	2/25	1/25	*
$P(Y = y_i)$	1/5	2/5	*

- Määrää puuttuvat todennäköisyydet (*).
 - Laske ehdollinen todennäköisyys $P(X = 1|Y = 2)$.
 - Ovatko muuttujat X ja Y tilastollisesti riippumattomat?
- Satunnaismuuttujien X ja Y kovarianssimatriisi on

$$C_{(X,Y)} = \begin{pmatrix} 2.1 & -0.8 \\ -0.8 & 0.9 \end{pmatrix}.$$

Määrää lineaarisella muunnoksella uudet korreloimattomat satunnaismuuttujat U ja V , sekä laske kovarianssimatriisi $C_{(U,V)}$.

- Olkkoon $X(t) = W(t) + 2 \cos(\omega t + \Theta)$, missä ω on vakio, $\Theta \sim \text{Tas}(0, 2\pi)$ ja $W(t)$ on nollaodotusarvoista valkoista kohinaa, jonka tehotiheys on $S_W(f) = 1$. Lisäksi tiedetään, että $W(t)$ ja Θ ovat riippumattomat. Laske signaalin $X(t)$ odotusarvofunktio ja autokorrelaatiofunktio. Onko $X(t)$ stationaarinen?
- (a) Mikä/mitkä seuraavista funktioista ei voi olla reaaliarvoisen stationaarisen satunnaissignaalin tehotiheysspektri. Perustele, miksi ei!
 - $S_X(f) = 1 + \sin(\pi f)$
 - $S_Y(f) = \begin{cases} 1, & |f| \leq 2 \\ 0 & \text{muulloin} \end{cases}$
 - $S_Z(f) = \cos(f)$

Vastaa joko kohtaan (b) tai kohtaan (c):

- Selitä lohkokaaavion avulla, kuinka valkoista kohinaa voidaan käyttää systeemin identifioimiseen, s.o. tuntemattoman impulssivasteen määräämiseen.
 - LTI-systeemin siirtofunktio on $H(f)$. Laske herätteen $X(t)$ ja vasteen $Y(t)$ ristitehotiheysspektri $S_{XY}(f)$ ja koherenssifunktio (MSC, magnitude squared coherence) $\rho_{XY}^2(f)$, kun herätteen tehotiheysspektri on $S_X(f)$.
- Määrää kausaalinen Wiener-suodatin stationaarisen signaalin $Z(t)$ estimoimiseksi havainnoista $X(t) = Z(t) + N(t)$, kun $Z(t)$ ja $N(t)$ ovat riippumattomia, $N(t)$ on nollakeskiarvoista valkoista kohinaa, jonka tehotiheys on 1 ja signaalin tehotiheys on

$$S_Z(f) = \frac{9}{16 + 4\pi^2 f^2}.$$

Laske suodattimen siirtofunktio ja impulssivaste.