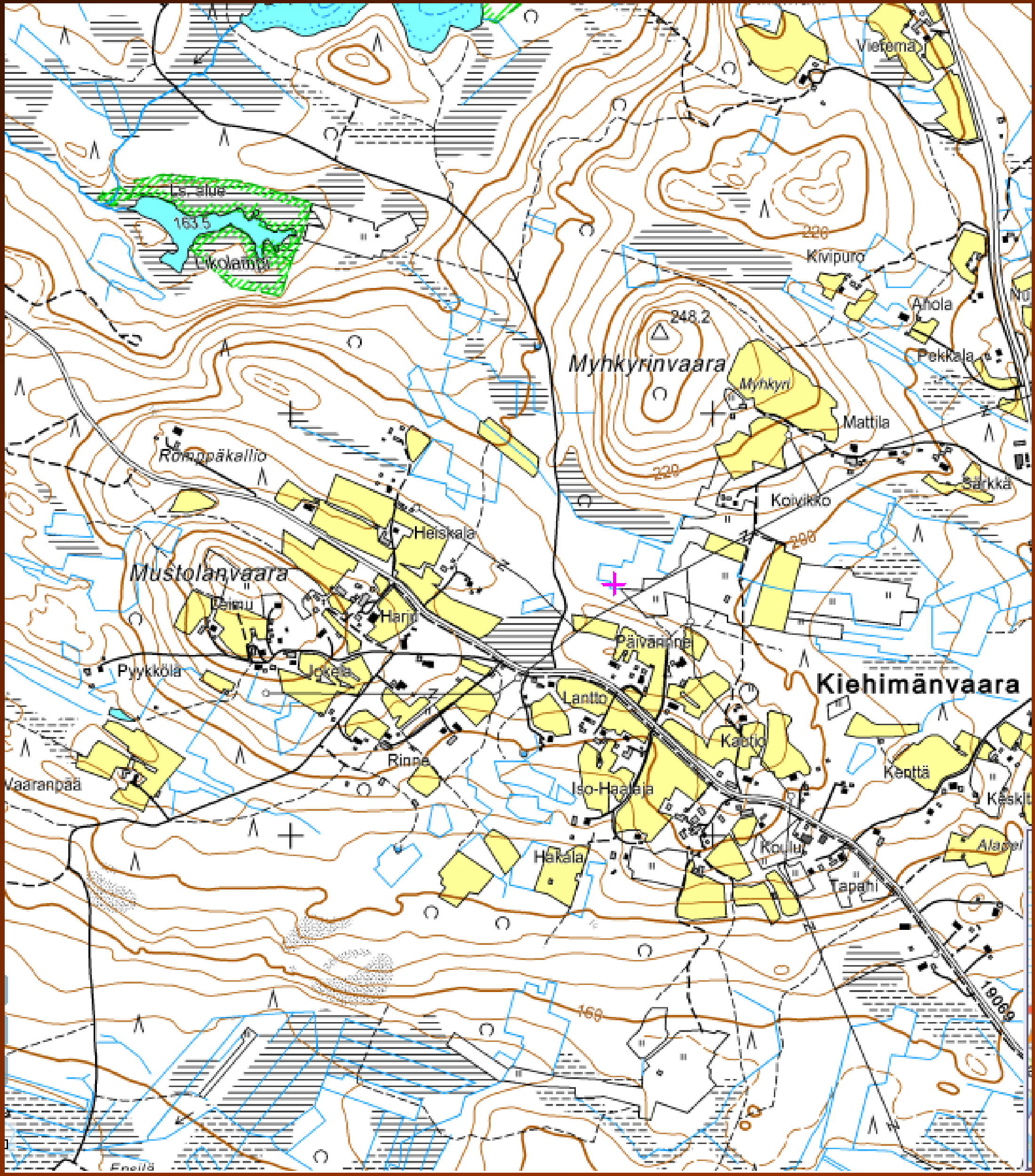
761103P Sähkö- ja magnetismioppi

Lisää potentiaalista, kapasitanssi ja kondensaattorit

ESIMERKKEJÄ

Tasapotentiaalipinnat

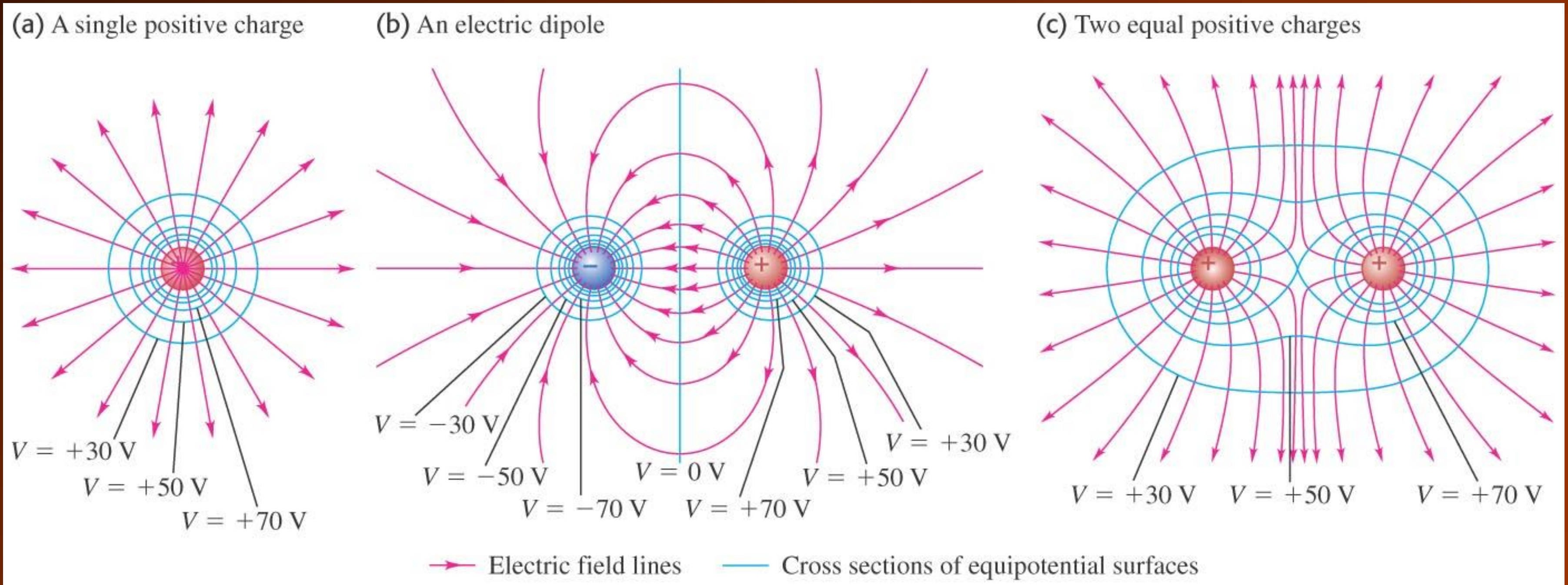
- Topografisissa kartoissa korkeuskäyrät voidaan mieltää käyriksi, joilla potentiaalienergia gravitaatiokentässä on vakio.



Tasapotentiaalipinnat

- Analogisesti *tasapotentiaalipinnoilla* havainnollistetaan sähkökentän potentiaalia
- Tällaisella pinnalla potentiaali on vakio (vrt. topografisen maastokartan korkeuskäyrät)
- ➔ Sähkökenttä on kohtisuorassa tasapotentiaalipintaa vastaan!

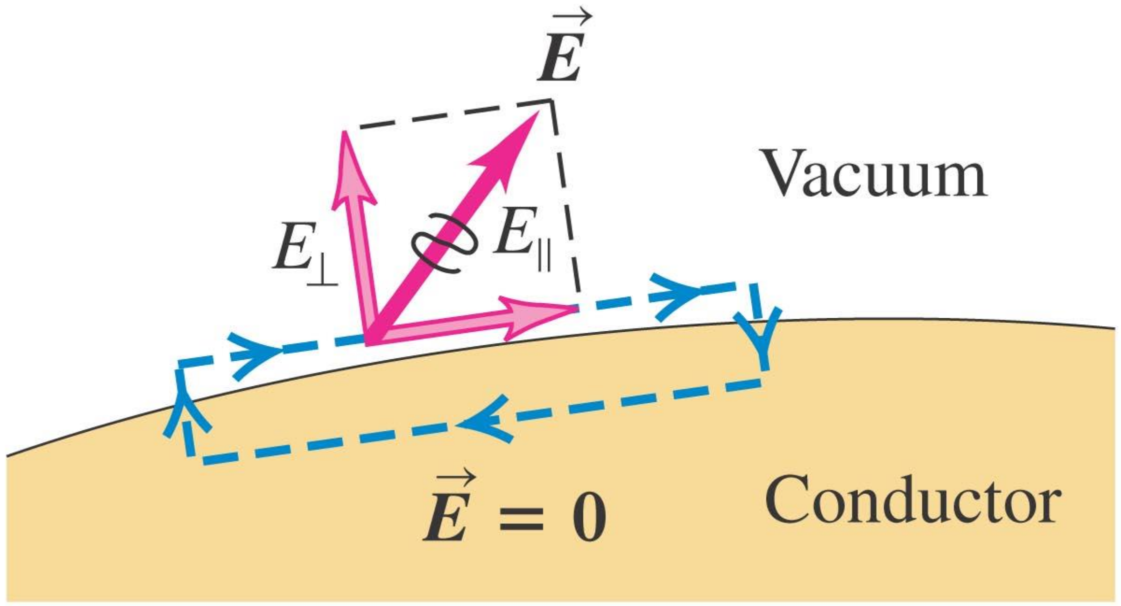
(Jos näin ei olisi, varauksen potentiaalienergia muuttuisi pinnalla siirryttäessä)



Johteen pinta on tasapotentiaalipinta!

Mahdoton sähkökenttä:

<u>Sähköstaattisessa</u> tilanteessa johteessa EI VOI OLLA pinnan suuntaista komponenttia! ➔ Sähkökenttä kohtisuorassa pintaa vastaan ➔ Johteen pinta = **<u>Tasapotentiaalipinta</u>** ja kaikki pisteet johteessa **samassa potentiaalissa!**



Potentiaalin gradientti (1)

- Sähkökentän ja potentiaalin välillä on läheinen yhteys:
  Sähkökenttä ➔ potentiaali

$$V_b - V_a = -\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

- Entäs toisin päin? Potentiaali ➔ Sähkökenttä?
- Pienelle siirtymälle $d\vec{l}$ potentiaalin muutos on

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l} = -\left(E_x\hat{\imath} + E_y\hat{\jmath} + E_z\hat{k}\right) \cdot \left(dx\hat{\imath} + dy\hat{\jmath} + dz\hat{k}\right)$$

$$\Rightarrow dV = -\left(E_x dx + E_y dy + E_z dz\right)$$

Potentiaalin gradientti (2)

- Jos siirtymä on x-suunnassa $dy = dz = 0$
- ➔ $dV = -E_x dx \Rightarrow E_x = -\left(\frac{dV}{dx}\right)_{y,z=\text{vakio}}$ osittaisderivaatta x:n suhteen!

$$\boxed{\Rightarrow E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}}$$

- Samalla tavalla saadaan muut komponentit, jolloin sähkökenttä potentiaalin avulla on:

$$\boxed{\vec{E} = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\hat{\imath} + \frac{\partial V}{\partial y}\hat{\jmath} + \frac{\partial V}{\partial z}\hat{k}\right)}$$

Potentiaalin gradientti (3)

- Matematiikassa funktion f *gradientti* määritellään vektorikaavalla

$$\nabla f = \left(\hat{\imath}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{\jmath}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z} \right) f$$

- Matemaattisesti siis, *sähkökenttä on potentiaalin negatiivinen gradientti!*

$$\Rightarrow \vec{E} = -\nabla V$$

➔ Sähkökenttä osoittaa pienenevän potentiaalin suuntaan!

- Tärkeä erikoistapaus:

  Jos sähkökenttä on radiaalinen (jonkin pisteen tai akselin suhteen)

$$E_r = -\frac{\partial V}{\partial r}$$

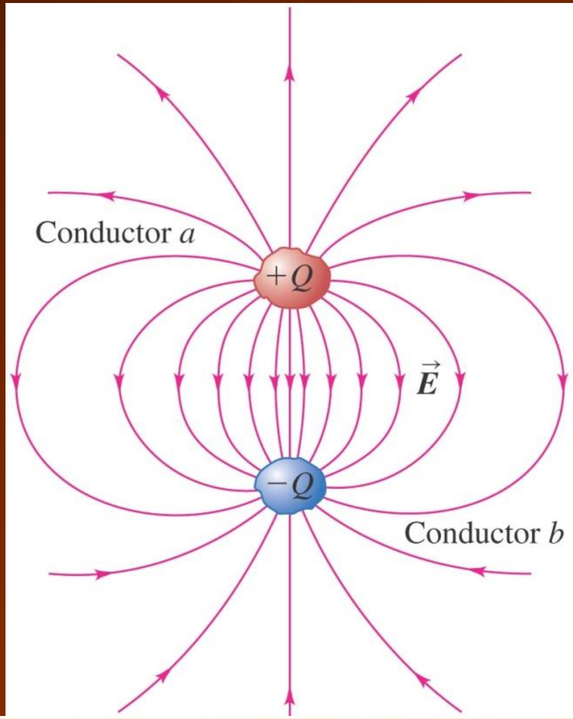
ESIMERKKEJÄ

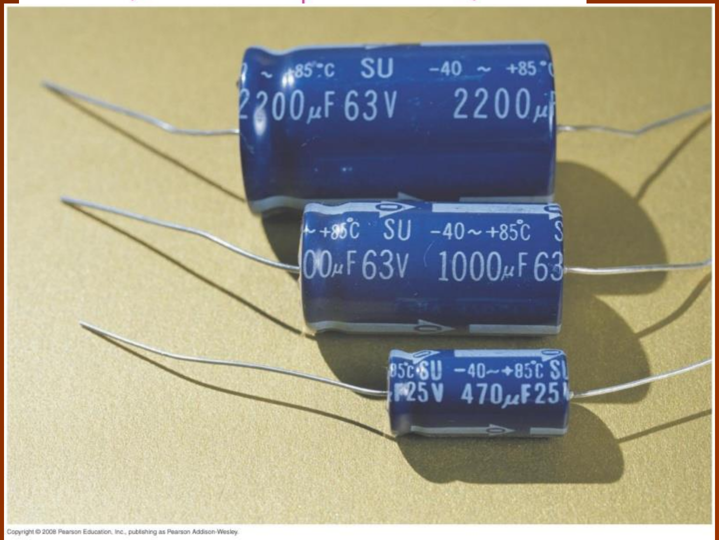
Kondensaattori

- Kaksi toisistaan eristettyä johdinta muodostavat *kondensaattorin, laitteen, johon voidaan varastoida sähköistä energiaa!*

- Varastoiminen tapahtuu lataamalla kondensaattori, eli *siirtämällä varausta (elektroneja) johdekappaleesta toiseen*

- Kondensaattorin varaus Q tarkoittaa, että toisessa kappaleessa on varaus $-Q$ ja toisessa $+Q$



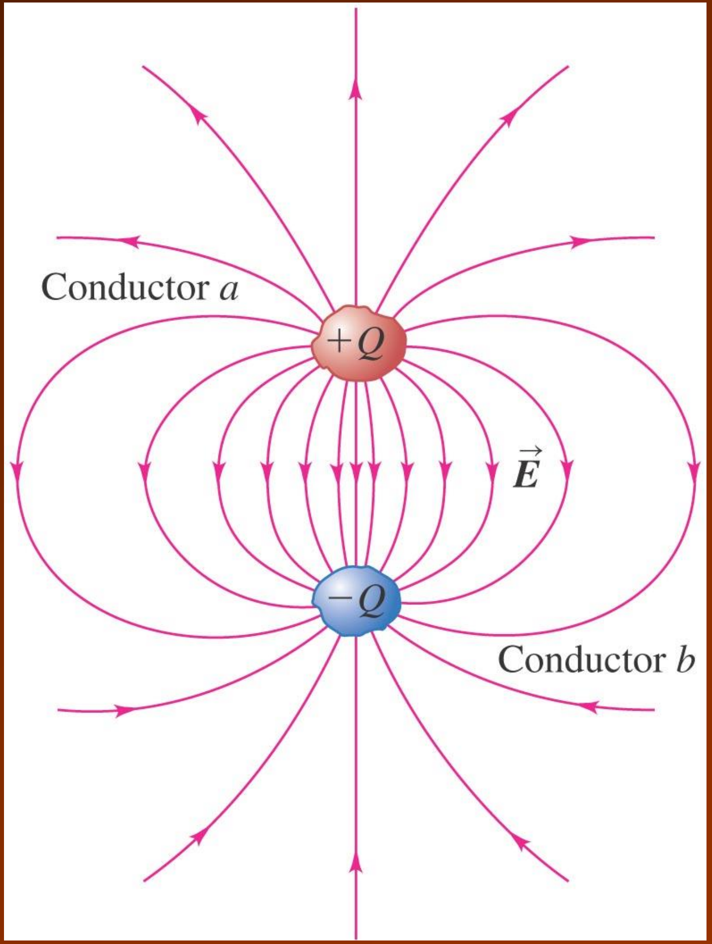


Kapasitanssi

- Johdinten välillä olevan sähkökenttän voimakkuus on verrannollinen kondensaattorin varaukseen

- ➔ johdinten välinen jännite on myös verrannollinen varaukseen

- ➔ Varauksen ja jännitteen suhde ei riipu varauksesta, pelkästään kondensaattorin geometriasta
- ➔ Määritellään *kapasitanssi*

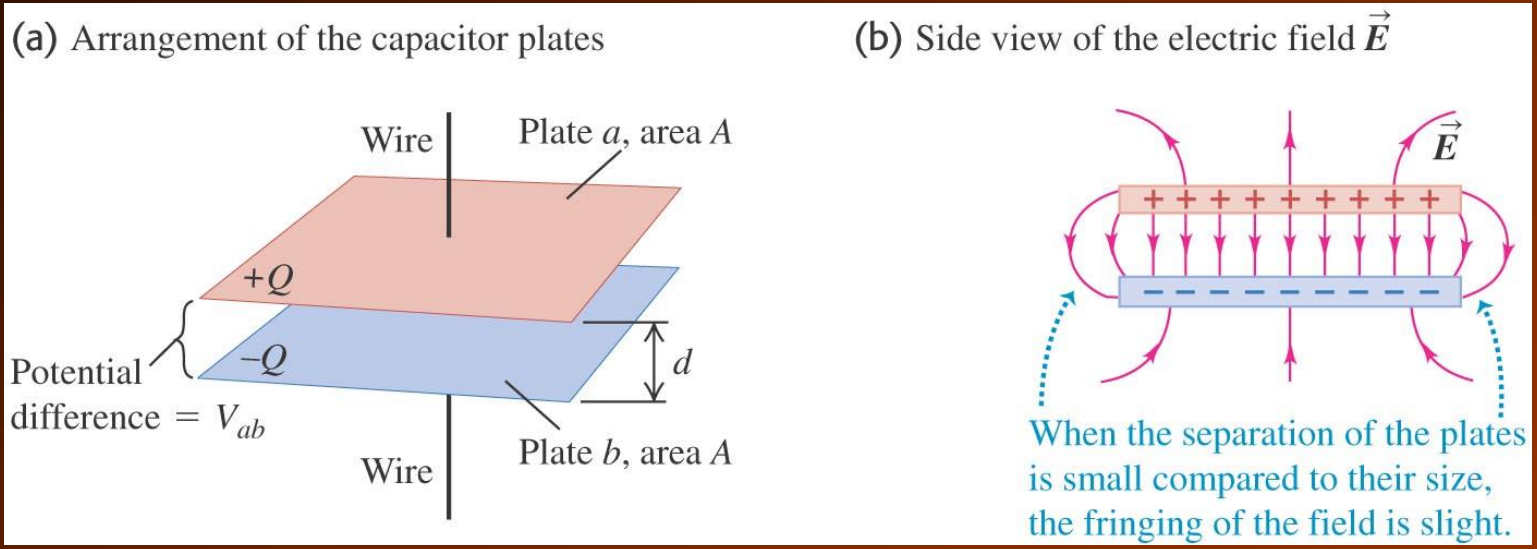


$$C = \frac{Q}{V_{ab}}$$

yksikkö (1 coulomb/voltti)
= 1 F (faradi)

Levykondensaattori

- Yksinkertaisin kondensaattori muodostuu vain kahdesta levystä, joiden välissä on tyhjiö



- Tällaisen kapasitanssiksi voidaan helposti laskea (LASKETAAN NYT)

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

A= *yhden levyn pinta ala*

d= *levyjen välimatka*

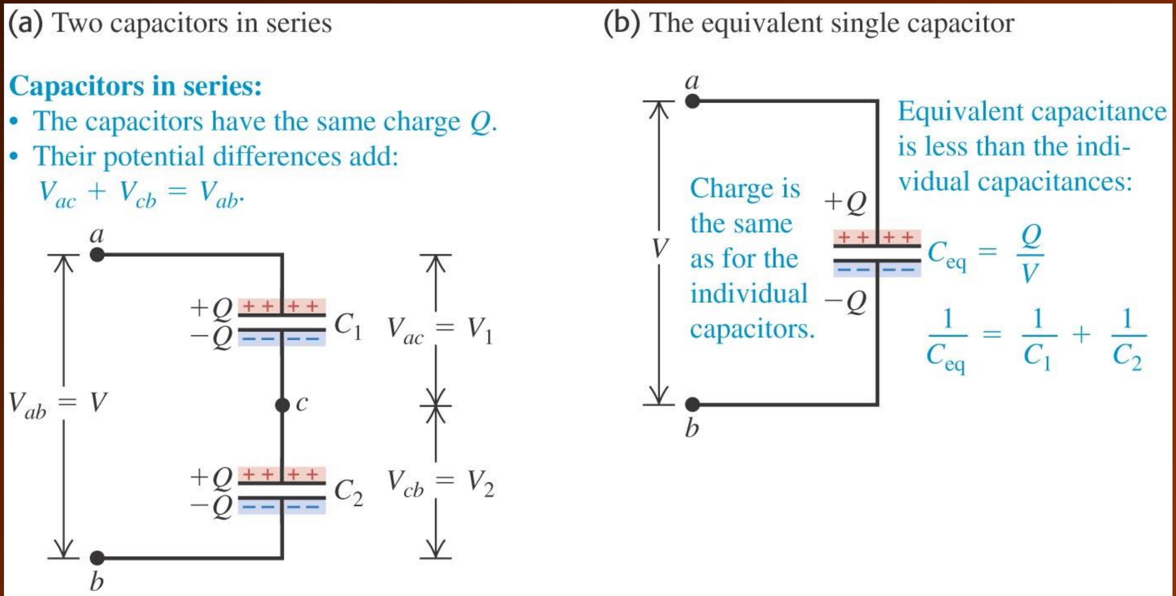
ESIMERKKEJÄ

Kondensaattorikytkennät

- Sarjaan kytkentä: *varaus sama kaikissa*

➔

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots$$



- Rinnankytkentä: *jännite sama kaikissa*

➔

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + \ldots$$